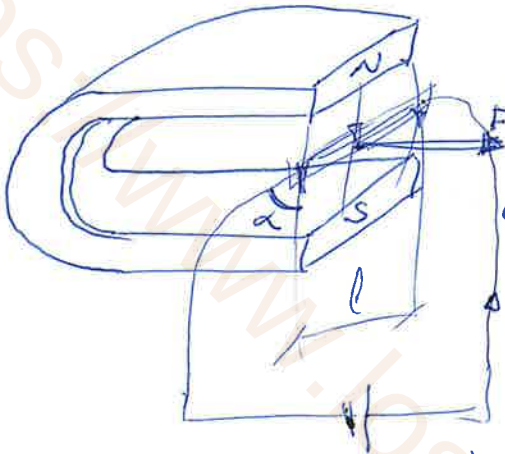


- Fuerza electromagnética de Laplace

Cuando un conductor de longitud (l) se encuentra recorrido por una I cte. y está sumergido en un $\vec{B}$ uniforme perpendicularmente a su longitud, una F de valor $F = B \cdot l \cdot I \sin \alpha$.

B = cte de proporcionalidad, se le llama ind. magnet.

α = el ángulo formado entre el conductor y la corriente.

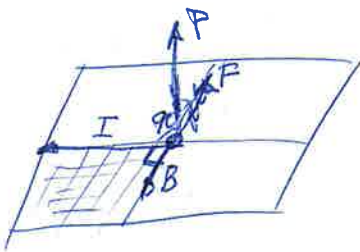


la línea del campo magn. van de Norte a Sur

voy a sumergir un conductor recto, tiene una long. l .

I $\alpha = 90^\circ$ en mag. cte. se trabaja con un áng. de 90°

se va a desplazar entonces la F electromag. $F = B \cdot l \cdot I$

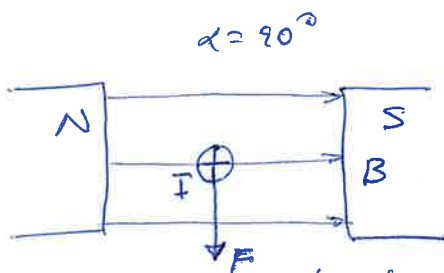


la F electromag. sería normal al plano.
con la mano derecha.

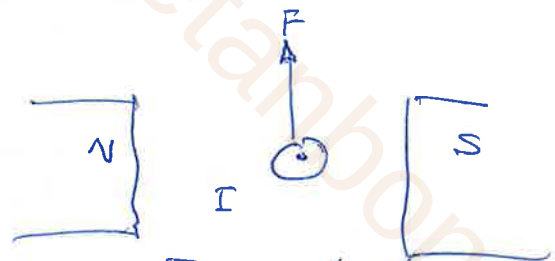
medio $\rightarrow$ sentido de la corriente.

índice $\rightarrow$ " del campo

pulgar $\rightarrow$ " " desplazamiento



la corriente es entrante en sentido vertical.



la I es saliente

también se puede poner en forma vectorial $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$

cuando $\alpha = 90^\circ$

$$F = B l I$$

$$B = \frac{F}{l I}$$

S.I.

$$1T = \frac{1 \text{ Newt.}}{1 \text{ m} \cdot 1A}$$

1T = cuando un conductor de longitud de 1m.

60WSS = " " " " " de local recorrido por una $I = 1A$

Se des plaz con una $F = 1N$.

G.S.S

$$1 \text{ Gauss} = \frac{1 \text{ dina}}{10 \text{ cm} \cdot 1A} = \frac{10^{-5} N}{10 \cdot 10^{-2} m \cdot 1A} = 10^{-4} \frac{1N}{1m \cdot 1A} = 10^{-4} T = 10^{-4} \frac{Wb}{m^2}$$

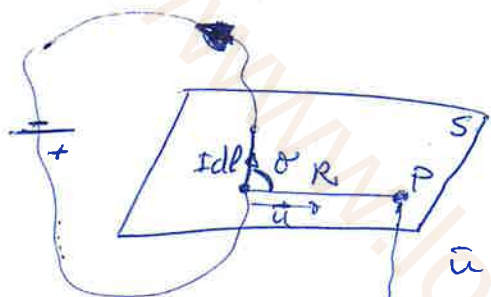
$$1 \text{ Gauss} = 1 \text{ Maxwell/cm}^2$$

Ley Biot Savart

si consider una elemento de corriente

forma vectorial

$$d\vec{B} = \frac{K}{R^2} I d\vec{l} \times \vec{u}$$



$\vec{u}$ es un vect. unitario
 $d\vec{B}$ es normal al plano.

forma modular

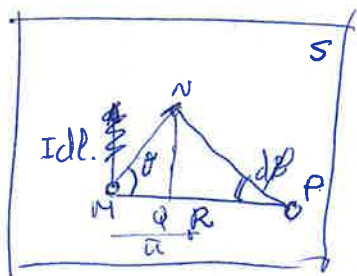
$$dB = \frac{K}{R^2} I dl \sin \alpha \quad dB = \frac{K}{R^2} I dl \sin \alpha$$

α = es el angulo form. por el elemento de I y el $\vec{u}$

K = es un cte de proporcionalidad y depende del medio

$$K = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad \mu_0 = \text{permeabilidad magnet en el vacio.}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{H}{m} \right) (SI)$$



$$NQ = R d\beta$$

$$NQ = dl \sin \alpha \quad \left\{ \begin{array}{l} R d\beta = dl \sin \alpha \end{array} \right.$$

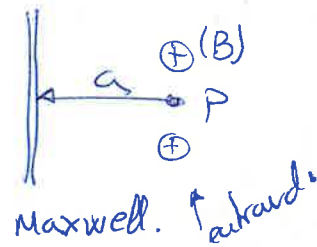
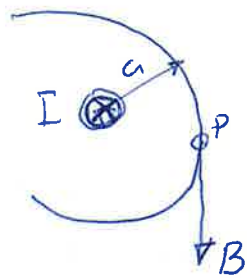
$$dB = \frac{K}{R^2} I dl \sin \alpha$$

$$dB = \frac{K}{R} I d\beta$$

Ind. originado por un conduct. lineal (largo y recto)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

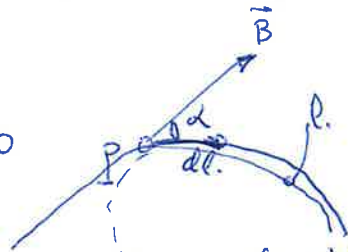
$I \otimes$ entrante



CIRCUITOS MAGNÉTICOS

LEY DE AMPERE

punto P en el espacio



considera un arco de curva,

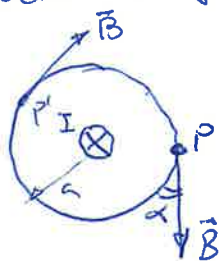
y sobre esa línea consid. un elemento diferencial. por dl .

$$d\vec{e} = \vec{B} d\vec{l} = B dl \cos \alpha \quad C = \int_0^L \vec{B} d\vec{l}$$

↑
circulación

Si consideras una línea cerrada sería: $C = \int_0^L \vec{B} d\vec{l} = \oint \vec{B} d\vec{l}$

- conductor largo y recto.



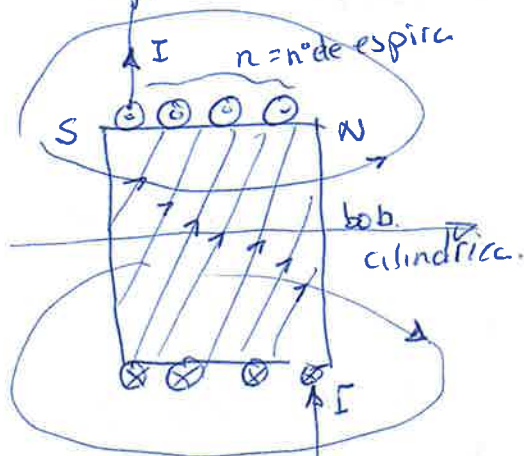
vector inducción
el campo magnético $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

consid. un punto P en la línea de fuerza
el $\vec{B}$ es tg al punto P de esa circunferencia.

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint B dl = \int_0^{L=2\pi a} \frac{\mu_0 I}{2\pi a} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} [l]_0^{2\pi a} = \mu_0 I$$

si la corriente no varía $\vec{B} = cte$.

Representación de una bobina

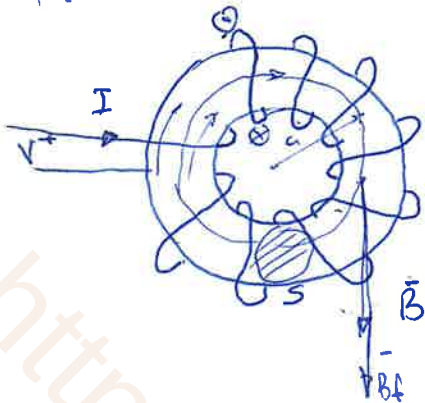


por la ley de Ampere

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 n I$$

bobina anular, o toroidal.

(a)



Se distribuye un nº n de espiras sobre el anillo, esta bobina tiene la sección circular lo alimentamos sobre I constante y un V. la parte interior la I es entrante y la exterior saliente.

aplicando la ley de ampere: $\oint \vec{B} d\vec{l} = \int B dl = \mu_0 n I$ (1) $\Rightarrow$
 n° de espiras que tiene el toroidal.

también se puede poner

$$\int B dl = B \int_0^{l=2\pi a} dl = B \cdot 2\pi a \quad (2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} B \cdot 2\pi a = \mu_0 n I \\ B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi a} \end{array} \right.$$

μ_0 = permeabilidad en el vacío.

el vector inducción $\vec{B}$ es $\vec{t}_g$ a la línea media del anillo

Permeabilidad magnética relativa.

con una misma no varían ni la V ni la corriente ni tampoco la geometría de la bobina $B_f = \mu_r B$.

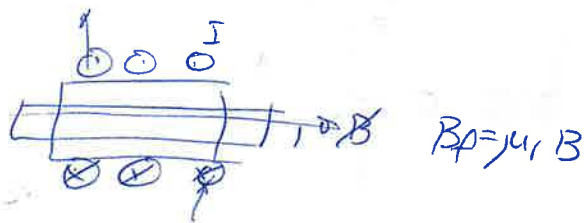
B_f = nueva inducción y es mayor al B.

$$B_f = \mu_r B$$

$$B_f = \mu_r \frac{\mu_0 n I}{2\pi a} \Rightarrow B_f = \mu \frac{n I}{2\pi a}$$

$\mu = \mu_0 \mu_r$ $\rightarrow$ permeab. relativa del medio
 perm. absoluta del medio $\uparrow$ permeabilidad del vacío $= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$.

al introducirlo en el anillo un metal entonces en vez de ser B es B_f



INTENSIDAD MAGNETICA: excitación magnetica.

en una bobina toroidal la inducción es $B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi a} = \frac{\mu_0 \mu_r n I}{2\pi a}$

dividir con μ los dos miembros de la ecuación

$$\frac{B}{\mu} = \frac{n I}{2\pi a} = H \quad \text{esta nueva mag. se le llama } H = \text{excit. magnetica.}$$

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$$

Tenemos una bobina de n espiras

$$H = \frac{n I}{l.}$$

si suponemos qe el nucleo de la bobina es el aire aparecerá una inducción $\rightarrow (1)$

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 H \text{ (AIRE)}$$

considerando nucleo
ferromagneto.

$$B_f = \mu H = \mu_0 \mu_r H \text{ (nucleo ferromagneto)}$$

nucleo ferromagnetico $\rightarrow >$ qe el del aire.

Magnetica

FLUJO MAGNETICO DE UN VECTOR

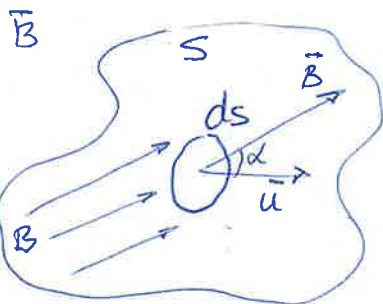
$$F = B l I \quad B = \frac{F}{l I}$$

Fuerza
electromag.

$$B \propto \frac{N}{mA} = \frac{Nm}{m^2 A} = \frac{J}{m^2 A} = \frac{VA}{m^2 A} = \frac{Vs}{m^2}$$

proporcional

El flujo del vector $\vec{B}$ através de una superficie viene dado como el producto de la densidad magnét. por la superficie



considerando una superf. ds , sea B el flujo de inducción, el flujo qe atraviesa esa superf. elemental es:

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \vec{u} \cdot d\vec{S} = B u ds \cos \alpha = B ds \cos \alpha$$

$d\vec{S} = \vec{u} ds$

$$\phi = \iint_{\text{superf.}} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{integral de superf.}$$

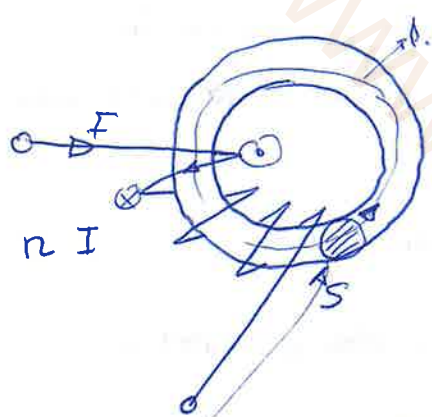
S.I. WEBER: el n° de líneas qe atraviesa una superf. de un metro cuadrado situada a los lados de un campo de inducción de ~~1 Tesla~~

$$\text{c.g.s } 1 \text{ Maxwell} = 1 \text{ Mx} = 1 \text{ Gauss} \cdot 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ T} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = \frac{10^{-4} \text{ Wb}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-8} \text{ Wb}$$

Weber

CIRCUITO MAGNETICO.

considerar una bobina unider o toroidal.



todos están catilizados en el núcleo magn.

aplicando la ley de Ampere:

$$Hl = nI$$

$$H = \frac{nI}{l} \rightarrow B = \mu H = \frac{\mu nI}{l} \Rightarrow$$

existencia mag

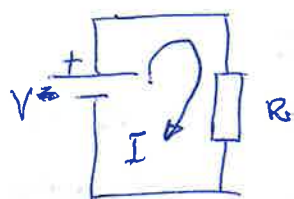
el flujo se pasa por esa superficie $\Phi = \frac{\Phi}{S}$

$$\Rightarrow \frac{\Phi}{S} = \frac{\mu nI}{l} \quad \Phi = \frac{\mu nIS}{l} = \frac{nI}{\frac{l}{\mu_0 \mu_r S}}$$

$$\Phi = \frac{F}{R_m}$$

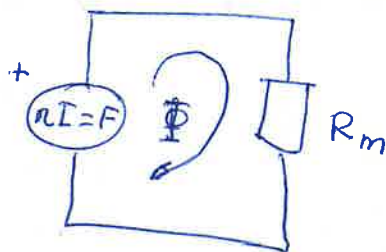
$F = nI =$ Fuerza magnetomotriz

$R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} =$ Reactancia magnetica.



CIRC.
ELECTRICO

$$I = \frac{V}{R}$$



CIRCUITO
MAGNET.

l = hilo de constatación
 l = resistividad de material

$$R = l \frac{l}{S}$$

$$R = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S}$$

γ = perm. v. electrica.

Diferencia en el circuito electrico $\gamma = \text{cte}$
" " " " magnetico $\mu = \text{no es cte.}$

$F = \text{Amperios} \cdot \text{vueltes}$.

$$H = \frac{NI}{l} \begin{cases} \text{S.I.} & \frac{\text{Amperios} \cdot \text{Vuelta}}{\text{m} \cdot \text{etros}} \\ \text{c.g.s} & \frac{\text{A} \cdot \text{vuel}}{\text{cm.}} \end{cases}$$

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

$$R_m \propto H^{-1}$$

c.g.s

$$R_m = \frac{nI}{\Phi}$$

$$R_m \propto \frac{\text{A} \cdot \text{vuelts}}{\text{Mx}} \quad \text{Maxwell.}$$

$$R_m \propto \frac{m}{\frac{H}{m} \cdot m^2} = \frac{1}{H}$$

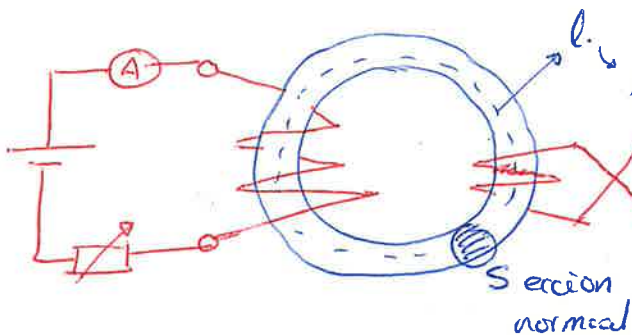
PARKER CAPIT. 3. CAMPO MAGNET
FUERZA MAG.

CURVAS DE IMANACIÓN

es la ^{realizar} ~~que~~ ~~va~~ ~~la~~ ~~excitación~~ ~~magnética~~ ~~de~~ ~~ese~~ ~~material~~.

la inducción $B = \mu_0 \mu_r H$.

se da normalmente en forma de anillo.



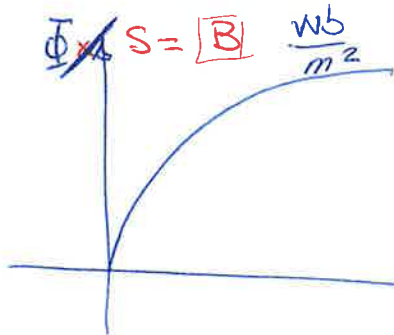
Longitud media

se van a colocar n espiras.

también un Amperímetro una Resist. y un voltímetro.

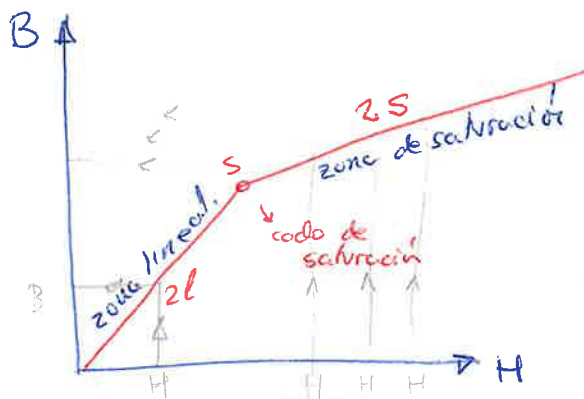
Además le añadimos otra bobina.

fluxímetro: las variaciones de flujo se cruzan con el devanado se va conectado



y el flujo lo ~~dividimos~~ ^{dividimos} por S obtenemos la B $\Phi \times S = B$

$$I \cdot \frac{n}{l} = H \quad \frac{\text{A} \cdot \text{vueltes}}{\text{m.}}$$



$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

permeabilidad relativa.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Henrys}}{\text{m}} \text{ (SI)}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9} \frac{\text{Gscm}}{\text{A}} \text{ (cgs)}$$

2l $\frac{B}{\mu_0 H} \Rightarrow$ alto valor $\rightarrow \mu_r =$ alto valor.

zona de saturación 2s $\frac{B}{\mu_0 H} =$ bajo valor $\rightarrow \mu_r =$ bajo valor.

AGRUPAMIENTOS DE REDUCTANCIAS EN SERIE

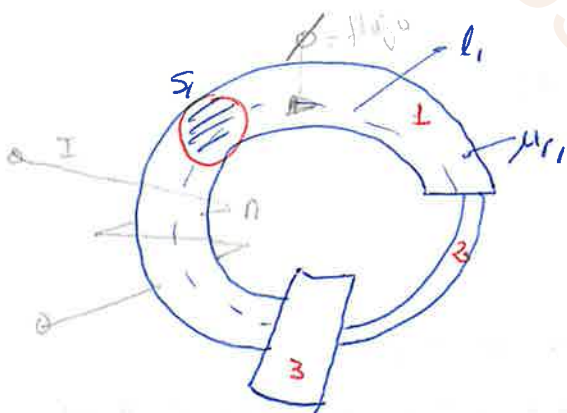
Circuitos magnéticos de 3 elementos montados en serie.

caso 1: elemento 1:

consid. la long. media de 1.

" la μ_r de ese elemento.

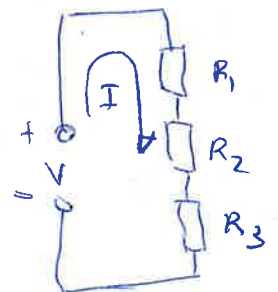
tiene n espiras y este recorrido por una corr. inductora I



$$nI = \phi [R_1 + R_2 + R_3] \Rightarrow$$

la reductancia va de lugar a lugar en ϕ en la longitud media. $\Rightarrow \phi R_1 + \phi R_2 + \phi R_3 = V_1 + V_2 + V_3$

$$= \phi \left[\frac{l_1}{\mu_0 \mu_{r1}(S_1)} + \frac{l_2}{\mu_0 \mu_{r2}(S_2)} + \frac{l_3}{\mu_0 \mu_{r3}(S_3)} \right] \Rightarrow$$



$$V = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$B_1 = \frac{\phi}{S_1}$$

$$B_2 = \frac{\phi}{S_2}$$

$$B_3 = \frac{\phi}{S_3}$$

inducción del primer elemento

inducción 2º elem

inducción 3º elem.

$$\frac{H_1 B_1 l_1}{\mu_0 \mu_{r1}} + \frac{H_2 B_2 l_2}{\mu_0 \mu_{r2}} + \frac{H_3 B_3 l_3}{\mu_0 \mu_{r3}} =$$

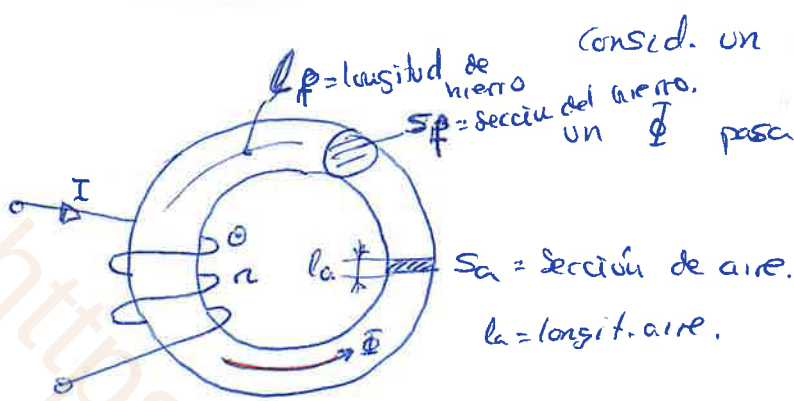
$$\frac{V_1}{A} l_1 + \frac{V_2}{A} l_2 + \frac{V_3}{A} l_3 = V_1 + V_2 + V_3 =$$

amp. vuelta necesario para que el flujo pase por el

$$A V_1 + A V_2 + A V_3$$

amp. vuelta 1 + Amp. vuelta 2 - -

ENTRENAMIENTO



consid. un nucleo ferromagnetico.

un Φ pasa por el nucleo ferromagn.

$$nI = \Phi [R_a + R_f] = \Phi \left[\frac{l_a}{\mu_0(l) S_a} + \frac{l_f}{\mu_0 \mu_r S_f} \right] = \frac{\Phi}{S} \left[\frac{l_a}{\mu_0} + \frac{l_f}{\mu_0 \mu_r} \right]$$

como $S_a = S_f = S$

$$= \frac{B}{\mu_0} l_a + \frac{B}{\mu_0 \mu_r} l_f = H_a l_a + H_f l_f = A V_a + A V_f$$

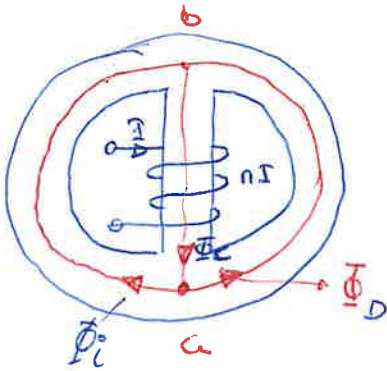
H_f = excitación del hierro
 amperio + Amperio vuelta
 vuelta de aire vuelta de hierro

como

$$A V_a > A V_f \Rightarrow nI \approx A V_a$$

AGRUP. DE REDUCTANCIAS EN PARALELO.

consid. una bobina toroidal.

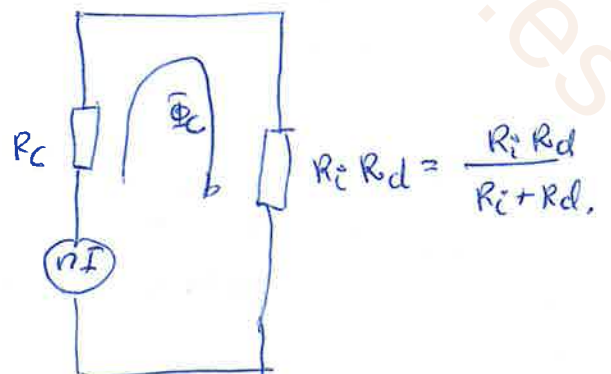
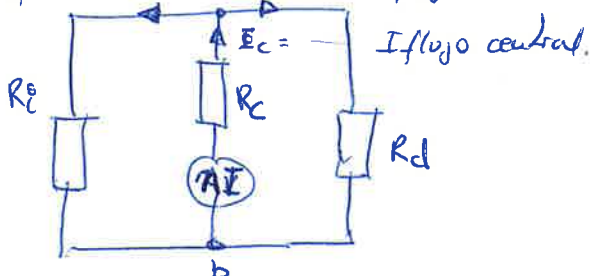


$$\begin{cases} V_{ab} = R_i \Phi_i = R_d \Phi_d \\ \Phi_c = \Phi_i + \Phi_d \end{cases}$$

$$\Phi_c = V_{ab} \left[\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_d} \right] = V_{ab} \left[\frac{R_i + R_d}{R_i R_d} \right] = \frac{V_{ab}}{R_{id}} \quad R_{id} = \frac{R_i R_d}{R_i + R_d}$$

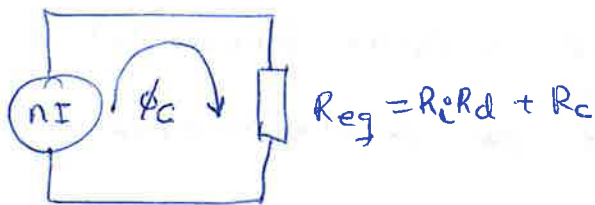
circuito equivalente

flujo izq. = Φ_i a Φ_d = flujo derecho



$$nI = \phi_c \left[R_c + R_e R_d \right]$$

$$nI = \phi_c R_{equiv.}$$



FUGAS MAGNETICAS.

Φ_d = flujo de dispersión.

Φ_e = flujo común.

ϕ_c = flujo concatenado

$$\phi_c = \phi + \phi_d.$$

$$\phi_c = \phi \left[1 + \frac{\phi_d}{\phi} \right] = \underbrace{V}_{\text{HOPKINSSON}} \cdot \Phi$$

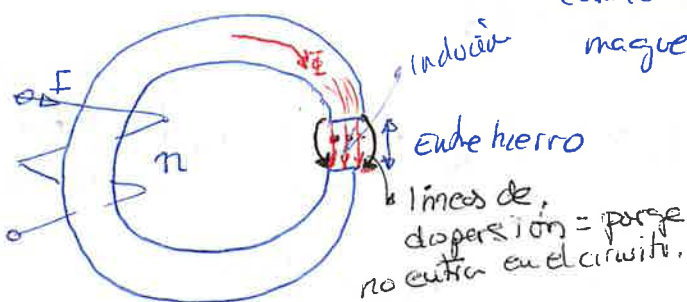
$$\phi_c = V \Phi$$

$$V = 1 + \frac{\phi_d}{\Phi} = \text{coef. HOPKINSSON}$$

el coef. HOPKINSSON $\frac{\phi_d}{\Phi} \gg 1$

Métodos práctico de cálculo de un circuito magnético.

En el diseño de mag. eléctricas se presenta este problema: determinar la corriente adecuada, para una inducción



$$H_e = \frac{B_e}{\mu_0 \mu_r L_e}$$

$$V_e = H_e l_e$$

$$V = \frac{\text{flujo de entrehierro}}{\text{flujo núcleo ferromagn.}} = \frac{\phi_e}{\phi_c}$$

coef. HOPKINSSON

Inducción magnética en el entrehierro (B_e)

B_e = ind. magnet. entreh.

S_e = sección entrehierro

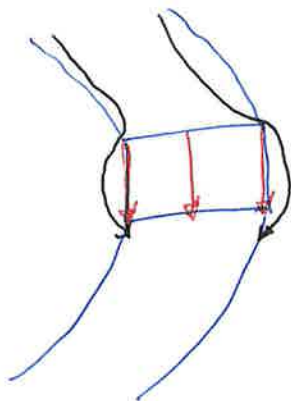
l_e = long. entreh.

V = coef. HopKINSSON

S_f = sección núcleo ferromagn.

l_f = long. núcleo "

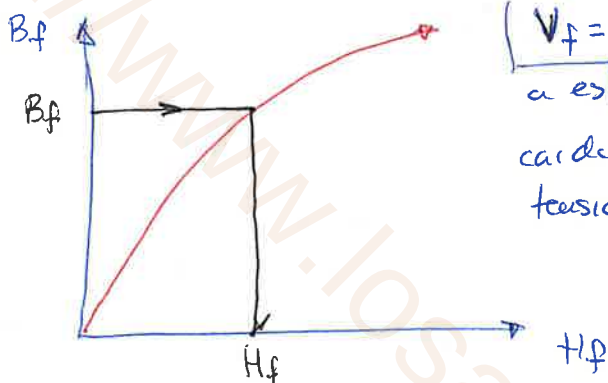
H_e = excit. magnet. entrehierro



$\Phi_f > \Phi_a$
el coef de Hopkison es $>$ a la unidad.

$$V = \frac{\Phi_f}{\Phi_a} = \frac{B_f \cdot S_f}{B_a \cdot S_a}$$

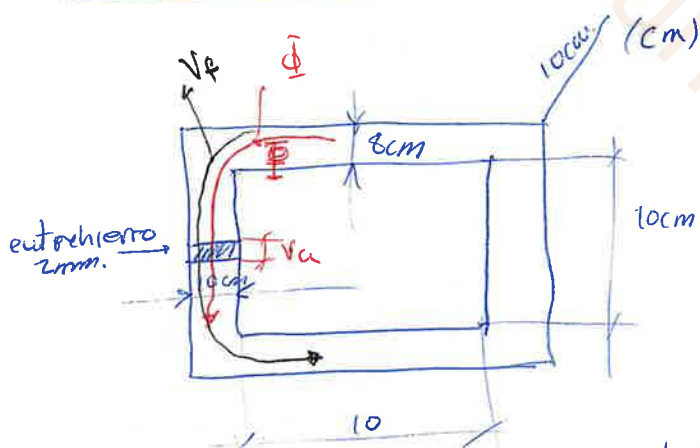
$$\Rightarrow B_f = \frac{B_a S_a V}{S_f}$$



$V_f = H_f \ell_f$ la F. elect. total aplicado a este circuito electromagnético es igual a la caída de tensión del entrehierro + la caída de tensión del núcleo.

$$nI = \sum V = V_a + V_f$$

CAPITULO 3. PROBLEMA 9.



un electroimán de acero $\ell_a = 2 \text{ mm}$.

$\ell_f = 30 \text{ cm}$

Hallar el nº A vueltas necesarias para

hallar una $B_a = 8000 \text{ lineas/cm}^2 = 8000 \text{ GAUSS}$

$$= 8000 \text{ Mx/cm}^2 = 0.8 \text{ Wb/m}^2 =$$

$$= 0.8 \text{ T}$$

$V = 1$ coef. Hopkison.

$V_f =$ caída de tensión en el núcleo ferromagnético

¿Ha existirá magnetización en el entrehierro?

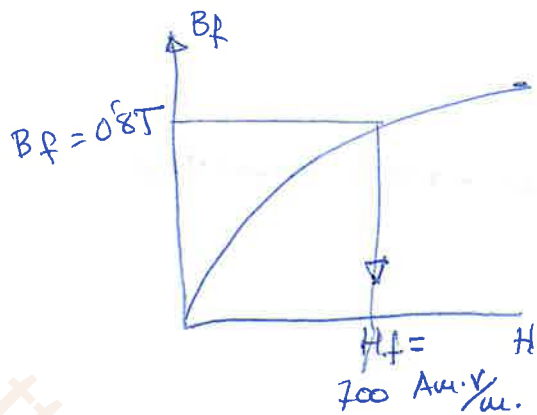
$$H_a = \frac{B_a}{\mu_0} = \frac{0.8}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 636.620 \text{ Amp. vueltas/m.}$$

$$V_a = H_a \cdot \ell_a = (636.620) \cdot (2 \times 10^{-3}) = 1273 \text{ A vueltas}$$

La caída del entrehierro = a la del aire. $\Phi_a = \Phi_f$

$$B_a = B_f \Rightarrow B_f = 0.8 \text{ Wb/m}^2$$

$$B_a S_a = B_f S_f$$



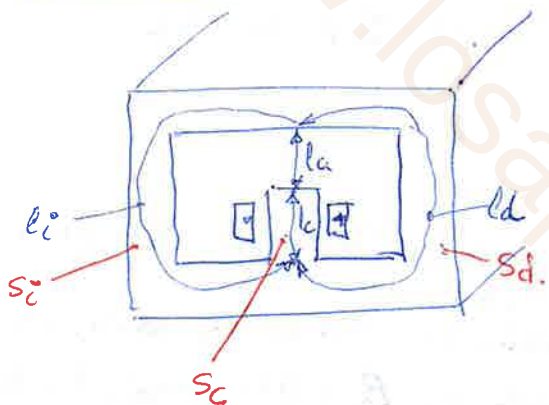
Acero fundido

mira la tabla para saber H_f

$$M_f = H_f \cdot l_f = (700) (30 \cdot 10^{-2}) = 210 \text{ A} \cdot \text{vuelta},$$

$$NI = V_a + V_f = 1273 + 210 = 1483 \text{ Amperios Vueltes},$$

PROBLEMA



Det. la corriente inductora I en la 400 espiras de la bobinas para obtener un Φ en el entrehierro de $500 \mu\text{Wb}$. La longitud del entrehierro es en 1 mm .

$$(I) \quad 400 = n^{\circ} \text{ espiras}$$

$$\Phi_a = 500 \mu\text{Wb}$$

$$l_a = 1 \text{ mm}$$

$$l_i = l_d = 30 \text{ cm}$$

$$S_i = S_d = 5 \text{ cm}^2$$

$$S_c = 6 \text{ cm}^2 \quad S_a = 6 \text{ cm}^2$$

$$V = 1$$

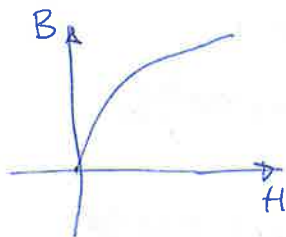
circuito eléctrico equivalente al magnético

por la Ecuación de FROELICH

$$B = \frac{a \cdot H}{b + H}$$

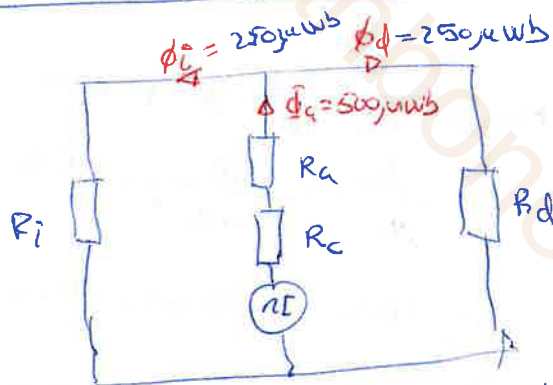
$$a = 1.5 \text{ Wb/m}^2$$

$$b = 100 \text{ A} \cdot \text{V/m}$$



$$B_a = \frac{\Phi_a}{S_a} = \frac{500 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-4}} = 0.833 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_c = \frac{B_a}{\mu_0 \mu_r} = \frac{0.833}{4\pi \times 10^{-7}} = 663.145 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m} \quad L(1)$$



como es simetrico $\Phi_i = \Phi_d = 250 \mu\text{Wb}$

$$V_a = H_a l_a = (663145'6)(1 \cdot 10^{-3}) = \underline{\underline{663 \text{ Amp. volts.}}}$$

caída
de tensión
en el entrehierro

$$B_c = \frac{\phi_c}{S_c} = \underline{\underline{0'833 \text{ Wb/m}^2}}$$

$$B_c = \frac{\mu H_c}{b + H_c} = \frac{1'5 H_c}{100 + H_c}$$

$$0'833 = \frac{1'5 H_c}{100 + H_c} \quad \underline{\underline{H_c = 100 \text{ Amp.}^m/\text{m.}}}$$

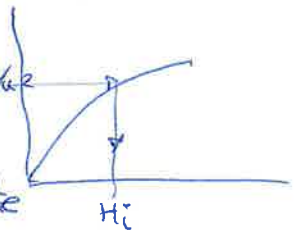
$$V_c = H_c l_c = (100)(10 \times 10^{-2}) = \underline{\underline{10 \text{ Amp. volts.}}}$$

$$\phi_c = 250 \mu \text{ Wb}$$

$$B_c = \frac{\phi_c}{S_c} = \frac{250 \cdot 10^{-6}}{5 \times 10^{-4}} = 0'5 \text{ Wb/m}^2$$

se aveda la curva.

y se puede calcular mediante la Ley de FROELICH.



$$B_c = \frac{1'5 H_c}{100 + H_c} \Rightarrow H_c = 50 \text{ A.Vol/m.}$$

$$V_c = H_c l_c = (50)(30 \cdot 10^{-2}) = \underline{\underline{15 \text{ Amp. volts.}}}$$

la rama izquierda y la derecha son iguales ya que los datos son simétricos

$$\sum \text{Amp. Volts} = V_a + V_c + V_c = 663 + 10 + 15 = 688 \text{ AV} = n I$$

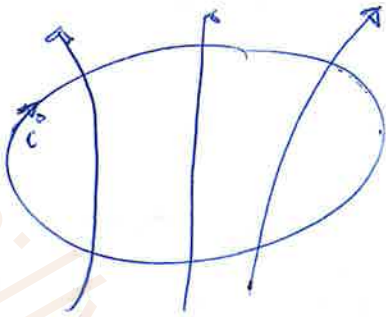
$$688 = 400 \cdot I$$

$$\boxed{I = 1'7 \text{ A}}$$

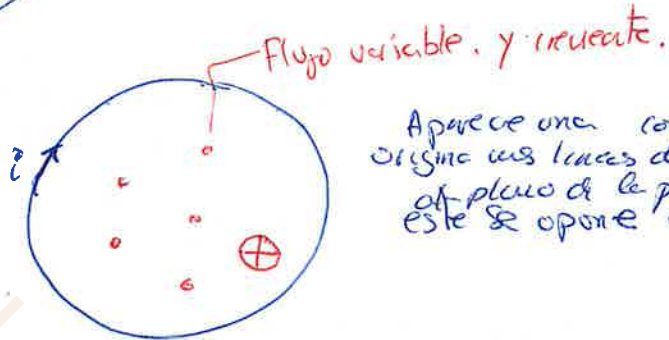
LEY LENZ FARADAY.

Un flujo variable atraviesa un circuito cerrado aparece una corriente. es debido a que aparece una fuerza electromotriz.

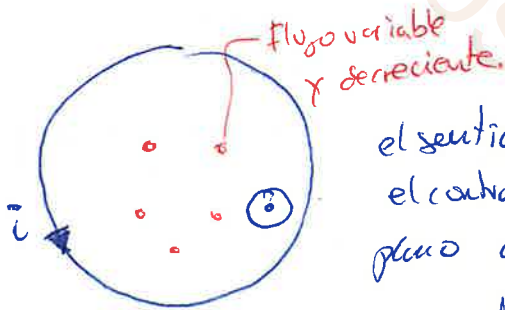
La F.electromotriz es proporcional $\mathcal{E} = \frac{d\phi}{dt}$



Supongamos que las líneas son saliente del plano de la espira.



Aparece una corriente i que origina un campo de líneas de campo saliente del plano de la espira. Este se opone al crecimiento.

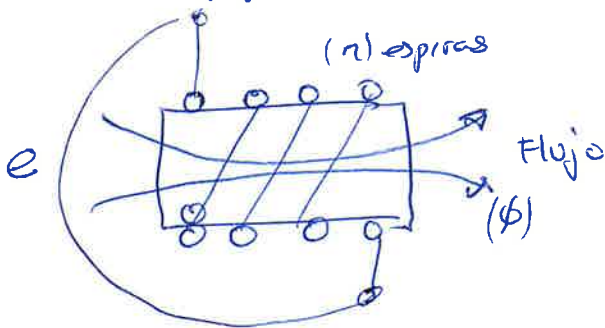


el sentido de i será el contrario. origina más líneas campo saliente del plano de la espira. Se opone al decrecimiento.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt}$$

fuerza electromotriz

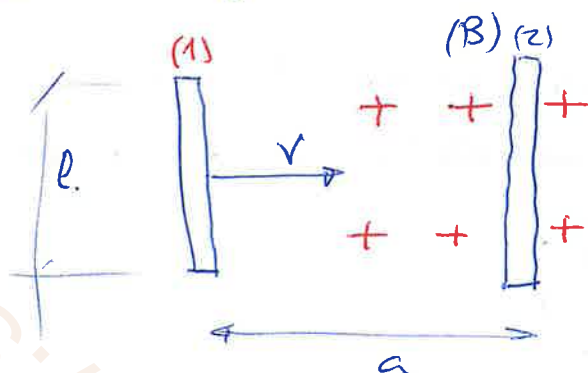
El ~~flujo~~ este concatenado n veces con un flujo



$$\mathcal{E} = -n \frac{d\phi}{dt}$$

Fuerza ELECTROMOTRIZ DE TRASLACIÓN

Considera un conductor de longitud l . desplazándose normalmete y una velocidad v y un campo magnético de inducción B



El conduct. se desplace normalmete a las líneas del campo

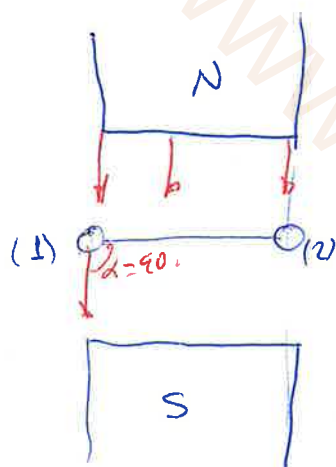
$$S = a \cdot l.$$

$$\phi = B \cdot S = B \cdot a \cdot l.$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} B \cdot a \cdot l. = - B l \frac{da}{dt}$$

fuerza
electromotriz

$$= \boxed{- B l \cdot v}$$



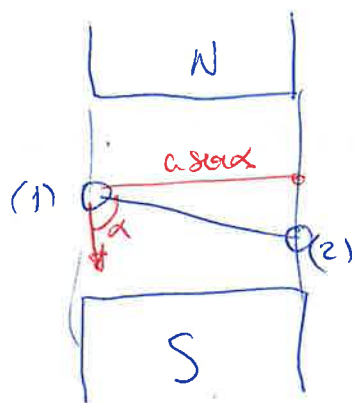
Tenemos un campo inductor.

el conductor pasa de la posición (1) a la posición

(2) entre las líneas pero el desplaz. forma

un ángulo de 90° $\alpha = 90^\circ$

pero esto no ocurre siempre.



el conductor pasa de la posición (1) a la posición (2)

$$S = l a \sin \alpha$$

$$\phi = B S = B l a \sin \alpha$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} = - B l \sin \alpha \frac{da}{dt} = - B l v \sin \alpha$$

expresión vectorial de la F. electromotriz de traslación.

Una carga elemental dq se se desplace a velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ y un elemento de corriente $I d\vec{\ell}$.

$$dq = I dt \Rightarrow \text{la carga elemental transportada por } I$$

$$d\vec{\ell} = \vec{v} \cdot dt \Rightarrow \text{espacio de recorrido por } (dq) \text{ en } (dt)$$

$$dq = I \frac{d\vec{\ell}}{v} \rightarrow \boxed{v dq = I d\vec{\ell}}$$

$$\vec{v} dq = I d\vec{\ell}$$

La fuerza electromotriz de Laplace

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

$$\boxed{d\vec{F} = \vec{v} dq \wedge \vec{B}}$$

Cuando una carga Q de valor grande se desplace por un campo magnético $\vec{B}$ se tiene $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} = q [\vec{v} \wedge \vec{B}]$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Consideramos un elemento diferencial del conductor $d\vec{\ell}$ elemental.

$$d\vec{e} = \vec{E} d\vec{\ell}$$

$$e = \int_0^{\ell} d\vec{e} = \int_0^{\ell} \vec{E} d\vec{\ell} = \int_0^{\ell} (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{\ell} = (\vec{v} \wedge \vec{B}) \ell.$$

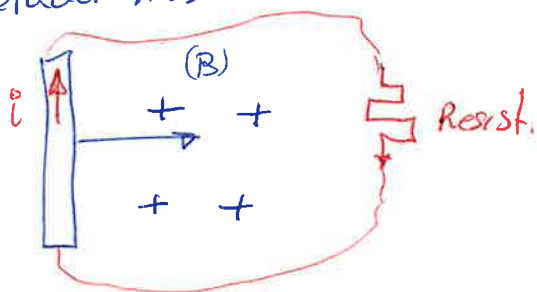
Aplicamos la regla de Fleming.
con la mano derecha:

medio $\rightarrow$ sentido de la corriente

índice $\rightarrow$ " del campo.

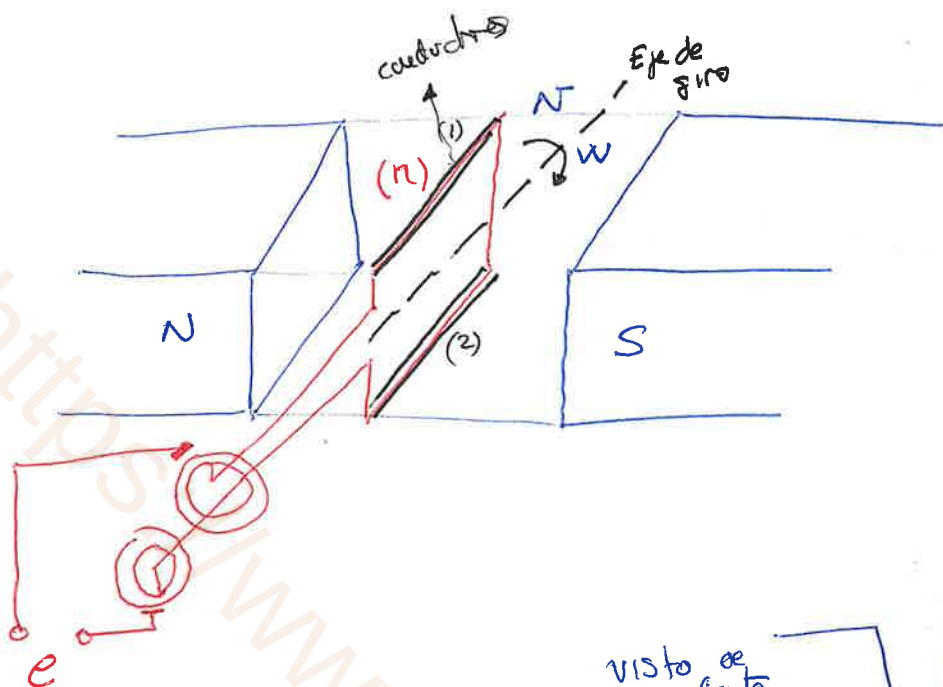
pulgar $\rightarrow$ sentido del desplazamiento

generador mas elemental.



la corriente sale del conductor.

ALTERNADOR ELEMENTAL.



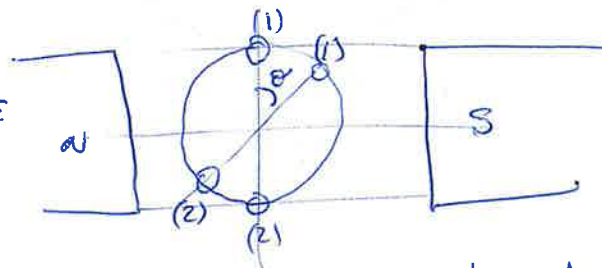
Dentro de ese cuerpo voy a introducir una bobina giratoria.

Seas ω la velocidad de giro dentro del cuerpo magnético

$$\omega = \frac{Rd}{s}$$

$$N = RPS$$

traz



los conductores no cortan a las líneas de fuerza

Posición original $\phi_{mx} = BS$
 tras un cierto tiempo $\phi = \phi_{mx} \cos \theta$

$$e = -n \frac{d\phi}{dt} = -n \frac{d}{dt} \phi_{mx} \cos \theta$$

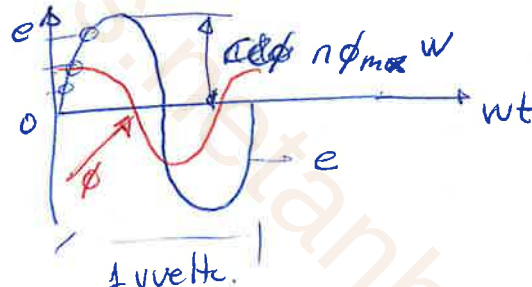
$$\theta = \omega t$$

$$e = -n \phi_{mx} \frac{d}{dt} \cos \omega t$$

$$e = n \phi_{mx} \omega \sin \omega t$$

$E_{max} = E_{maximo}$

$$e = E_{mx} \sin \omega t$$



$$E_{ef} = E = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{n \phi_{mx} \omega}{\sqrt{2}} = \frac{n \phi_{mx} \cdot 2\pi N}{\sqrt{2}} = 4.44 n \phi_{mx} N$$

valor eficaz

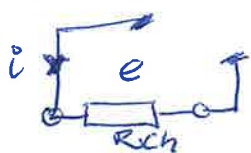
$$\omega = 2\pi N$$

revoluciones por segundos

el flujo va adelantado 90° sobre la fuerza elect. inducida

Si colocamos un voltímetro en e nos va a indicar E_{ef} (valor eficaz)
 en vez de colocar un voltímetro le colocamos una resistencia

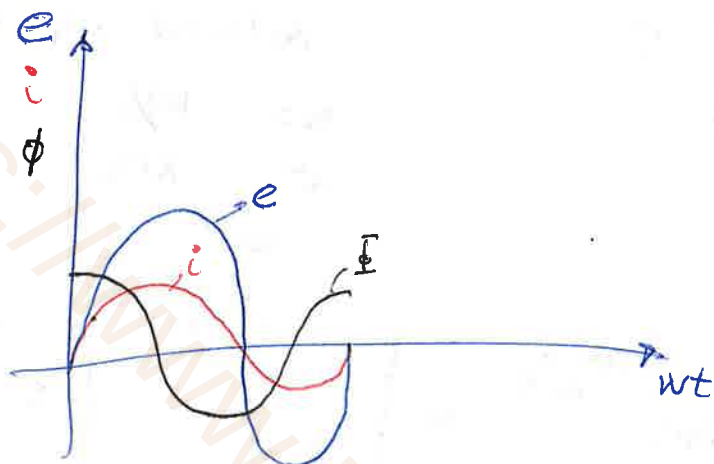
$$aparecerá una corriente $i = \frac{e}{R_{ch}}$$$



La dif. de potencial entre los escobillas es fuerza electromotriz

$$i = \frac{E}{R_{ch}} = \frac{V}{R_{ch}} = \left(\frac{E_{mx}}{R_{ch}} \right) \sin \omega t = I_{mx} \sin \omega t$$

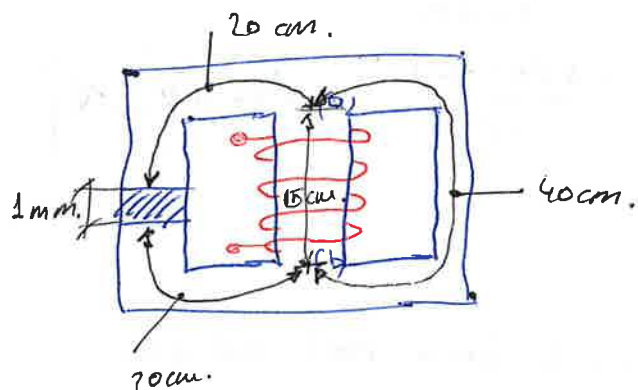
$$I_{mx} = \frac{E_{mx}}{R_{ch}} = \sqrt{2} \cdot I$$



- Libro Hamill de problemas. La parte de máquinas. (continua, alterna)
- Problemas de Ingeniería eléctrica.
- Moutinos

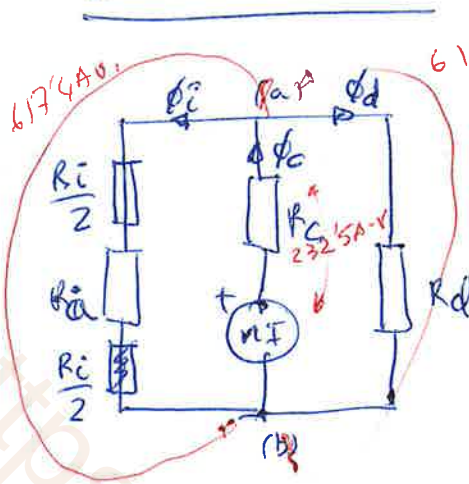
Problema del libro Hamill

La sección recta de los núcleos exteriores del co. magnético de la fig. es de 20 cm^2 y la central de 15 cm^2 , arrojada al núcleo central se encuentra una bobina de 500 espiras $n=500 \text{ espr.}$ despreciando la dispersión del flujo. Calcular la I necesaria para producir en el entrehierro un flujo de $\phi_a = 625 \mu \text{ Wb.}$



$$B = \frac{1/5 H}{100 + H}$$

circuito electrico



caída de tensión magnét. en el entrehierro.

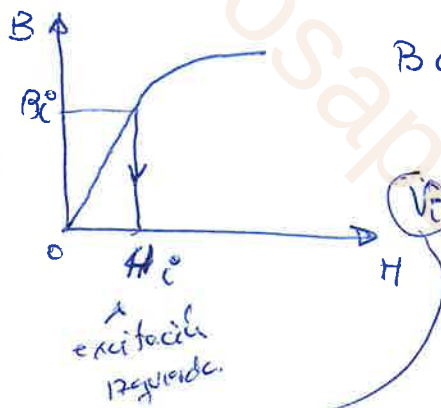
$$\begin{aligned} B_c &= \frac{\Phi_c}{S_c} = \frac{625 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-4}} = 0.625 \text{ Wb/m}^2 \\ H_a &= \frac{B_a}{\mu_0 \mu_r} = \frac{0.625}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 497359 \text{ Amp. vueltas/m.} \\ V_a &= H_a \cdot l_a = (497359)(1 \cdot 10^{-2}) = 497.4 \text{ A}\cdot\text{V} \end{aligned}$$

si no hay dispersión entrehierros, $\Phi_i = \Phi_a$ y tenemos una sección:

$$\Phi_i = \Phi_a = 625 \cdot 10^{-6} \text{ Wb.}$$

Rancho
12 vueltas.

$$B_i = \frac{\Phi_i}{S_i} = \frac{625}{10 \cdot 10^{-4}} = 0.625 \text{ Wb/m}^2$$



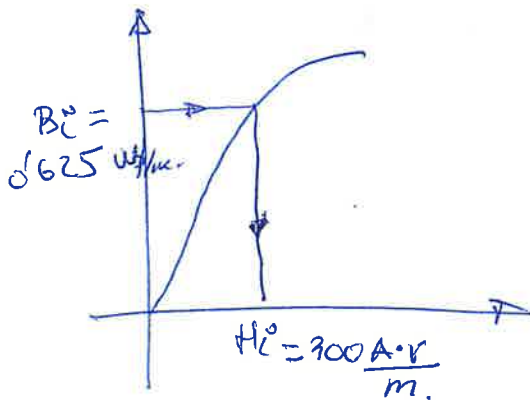
$$B_i = \frac{1.5 H_i}{100 + H_i}$$

$$0.625 = \frac{1.5 H_i}{100 + H_i} \quad H_i = 28.6 \text{ A}\cdot\text{V/m.}$$

$$V_i = H_i l_i = 28.6 \text{ A}\cdot\text{V/m} \cdot 40 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 11.44 \text{ A}\cdot\text{V.}$$

Fig 1 del Parker.

hierro fundido, buscando en la tabla H_i sabiendo B_i

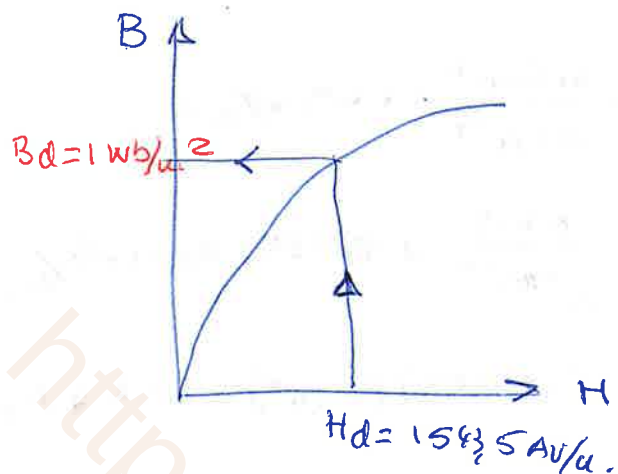


$$V_i = H_i l_i = (300)(40 \cdot 10^{-2}) = 120 \text{ A}\cdot\text{V}$$

Tensión magnética entre a y b es $V_{ab} = V_a + V_i = 497.4 + 120 = 617.4 \text{ A}\cdot\text{V}$

$$V_{ab} = H_d l_d = V_d \Rightarrow H_d = \frac{V_{ab}}{l_d} = \frac{617.4}{40 \cdot 10^{-2}} = 1543.5 \text{ A}\cdot\text{V/m.}$$

$B_d = \frac{H_d}{\mu_0 \mu_r}$ pasando a la curva de H .



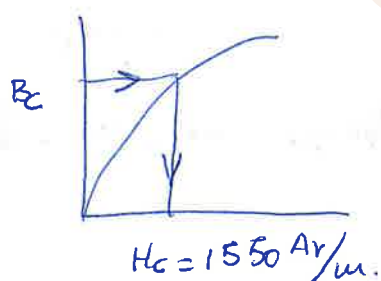
$$\phi_d = B_d \cdot S_d = (1 \text{ T}) (10 \cdot 10^{-4}) = 10 \cdot 10^{-4} \text{ Wb.}$$

$$\boxed{\phi_c = \phi_i + \phi_d = 625 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 10^{-4} = 1625 \mu\text{Wb.}}$$

inducción de la rama central.

$$B_c = \frac{\phi_c}{S_c} = \frac{1625 \cdot 10^{-6}}{15 \cdot 10^{-4}} = 1.083 \text{ Wb/m}^2$$

voy de nuevo a la curva para hallar H_c .



$$H_c = B_c \mu_0 \mu_r$$

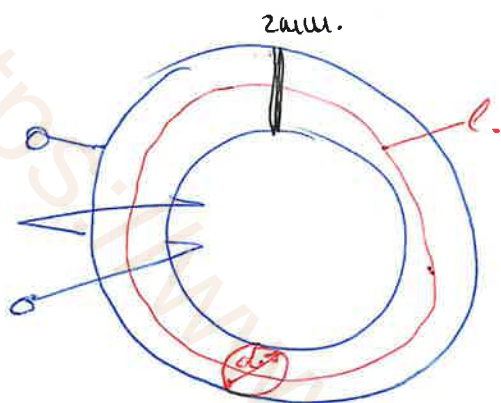
$$V_c = H_c \cdot l_c = (1550 \text{ A/m}) \cdot (15 \cdot 10^{-2}) = 232.5 \text{ A}\cdot\text{V.}$$

$$\sum nI = \overset{617.4}{\uparrow} V_d + \overset{232.5}{\uparrow} V_c = V_1 + V_a + V_c = 849.9 \text{ A}\cdot\text{V.}$$

$$\overset{500 \text{ espiras}}{\uparrow} I = \frac{849.9}{500} = \boxed{1.7 \text{ A}} \text{ de corriente continua de.}$$

Problema del Parker.

Un anillo de fundición de acero $d=3\text{cm}$ y una circunferencia media $l=80\text{cm}$,
 $n=600$ espiras estar en I necesaria para producir un flujo
 de 50.000 líneas o 50 ~~Wb~~ maxwel. a) 0.89A Solu.



$$d=3\text{cm}$$

$$l=80\text{cm}$$

$$n=600 \text{ espiras}$$

$$\phi = 0.5 \text{ mwb} = 50.000 \text{ l.}$$

$$nI = H \cdot l$$

$$n \cdot I = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \cdot l$$

$$B = \frac{\phi}{S} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3} \text{ wb}}{\pi \frac{3^2}{4} \cdot 10^{-4}} =$$

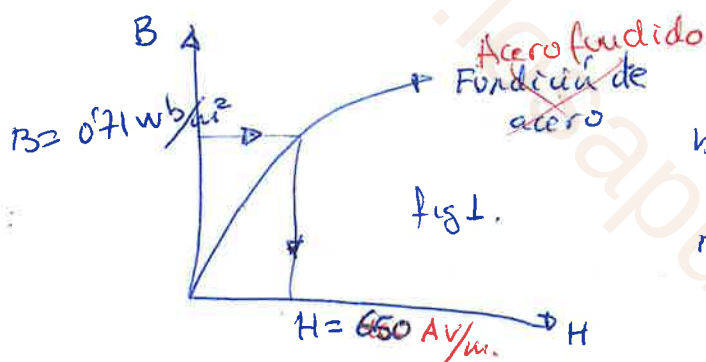
$$= 0.707 \text{ wb/m}^2$$

buscando en la tabla H.

$$nI = Hl = (650) \text{ Av/m} \cdot 80 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 520 \text{ A} \cdot \text{V}$$

$$600 I = 520 \text{ Amp. Vuelt.}$$

$$\boxed{I = \frac{520}{600} = 0.87 \text{ A}}$$



b) Si se hace en el anillo un corte de sierra de 2mm de ancho
 Hallar el ϕ producido en la corriente en el aire.

$$H_a l_a + H_f l_f = nI$$

$$H_a \cdot 2 \cdot 10^{-3} + (650)(80 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 10^{-3}) = 600 \cdot 0.87 = 520$$

$$H_a =$$

$$B_a = \mu_0 \mu_{r_a} \cdot H_a = (4\pi \cdot 10^{-7}) \cdot (1) H_a$$

este apartado es gráfico.

NO

$$H_a l_a + H_f l_f = nI$$

$$H_a = \frac{nI - H_f l_f}{l_a}$$

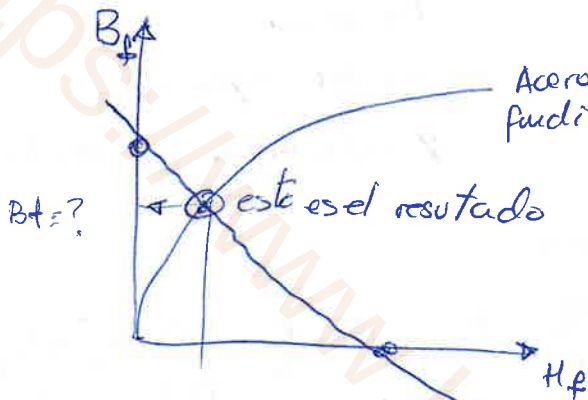
$$B_a = \mu_0 H_a$$

$$B_a = \mu_0 \frac{nI - H_f l_f}{l_a}$$

$$\phi_a = \phi_f \quad S_a = S_f$$

$$B_f = \mu_0 \frac{nI - H_f l_f}{l_a}$$

esto es la ecuación de un rect.



cuando $B_f = 0$ y $H_f = 0$

cuando $B_f = 0$

$$0 = \mu_0 \frac{nI - H_f l_f}{l_a}$$

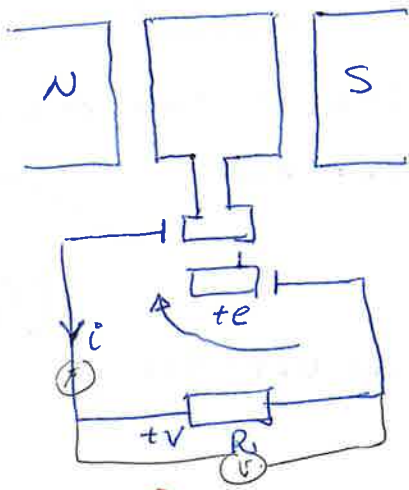
? determina H_f

cuando $H_f = 0$

$$B_f = \mu_0 \frac{n \cdot I}{l_a}$$

$$\phi = B_f = \frac{\phi_f}{S}$$

Valores eficaces de fuerza electromotriz de la corriente en el alternador con cargas resistivas.



la resist. es un sumidero de la energía eléctrica.

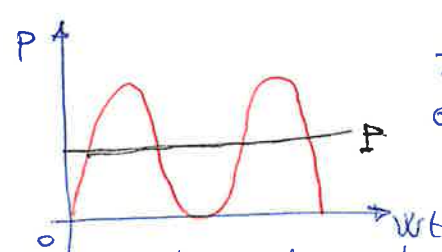
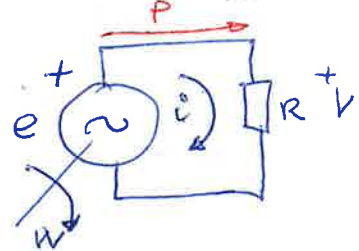
$$p = ei$$

$$\text{potencia instantánea } e = v$$

$$p = ei = (Ri)i = Ri^2 = R \left[I_m \sin \omega t \right]^2$$

$$i = I_m \sin \omega t$$

corriente instantánea



corriente continua.



la temperatura de la resistencia permanece constante.

la potencia en c.a es igual en corrientes continuas. $P = P_{dc}$
corriente continua.

$$P = \text{valor medio } (p) = \text{valor medio } (Ri^2) = \text{valor medio } (R I_{mx}^2 \sin^2 \omega t) =$$

$$= \text{valor medio } (\sin^2 \omega t)$$

en c.a. alterna.

$$0 \text{ Sec } P = \frac{1}{\pi} \int_{\omega t=0}^{\omega t=\pi} R I_{mx}^2 \sin^2 \omega t d(\omega t) = R I_{mx}^2 \left[\frac{1}{\pi} \int_{\omega t=0}^{\omega t=\pi} \sin^2 \omega t d(\omega t) \right] =$$

$$P = R I_{mx}^2 \frac{1}{2}$$

en c. continua:

$$P_{dc} = R I_{ef}^2$$

igualando $I_{ef}^2 = I_{mx}^2 \frac{1}{2}$

$I_{ef} = \frac{I_{mx}}{\sqrt{2}}$

corriente eficaz

$$I_{mx} = \frac{E_{mx}}{R} \quad \text{dividido } \sqrt{2} \quad I_{ef} = \frac{E_{mx}/\sqrt{2}}{R} = \frac{E_{ef}}{R}$$

$$I_{ef} = I_{RMS} = I$$

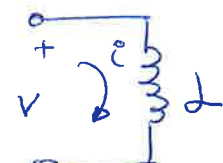
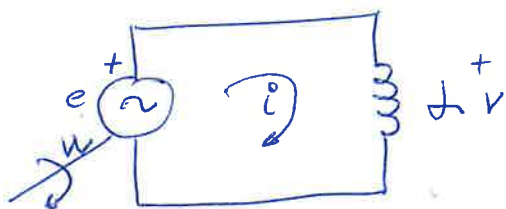
$$E_{ef} = \frac{E_{mx}}{\sqrt{2}} = E_{RMS} = E$$

los aparatos mide los valores eficaces.

$$V = V_{ef} = V_{RMS}$$

Sustituimos la resistencia por una bobina:

presente entre sus extremos un dif de potencial proporcional a la variación de la corriente con respecto al tiempo



$$V = L \frac{di}{dt}$$

vale para cualquier tipo de señal, (senoidal, rectangular, senoidal triangular ...)

$$i = I_{mx} \sin \omega t$$

$$V = L \frac{d}{dt} I_{mx} \sin \omega t$$

$$V = L \omega I_{mx} \cos \omega t = L \omega I_{mx} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

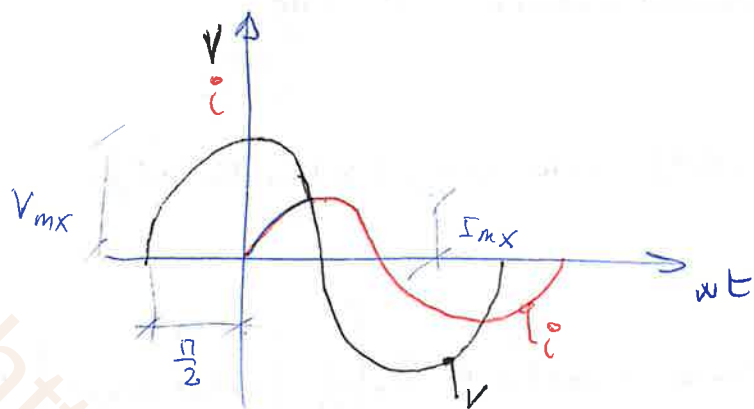
$V = V_{mx} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ existe un desfase de 90° entre la dif de potencial y la corriente.

$$V_{mx} = L \omega I_{mx}$$

$$V = L \omega I = X_L \cdot I$$

$$L \omega = \text{react. induct.} = X_L$$

$$\omega = 2 \pi f.$$

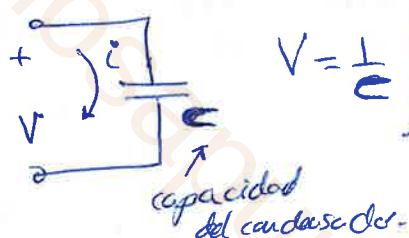
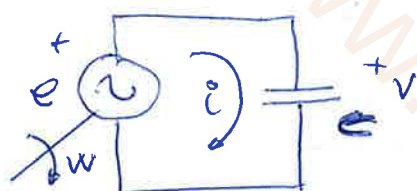


La tensión va en adelanto $\frac{\pi}{2}$ con respecto de la corriente.

CONDENSADOR.

el condensador no tiene ninguna carga inicial en sus bornes.

La dif. de potencial del condensador: entre sus placas



$$V = \frac{1}{C} \int_0^t i dt. \rightarrow i = C \frac{dV}{dt}$$

$$i = C \frac{d}{dt} V_{mx} \sin \omega t$$

$$i = \omega C V_{mx} \cos \omega t \Rightarrow$$

$$V = V_{mx} \sin \omega t$$

$$e = E_{mx} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow i = \omega C V_{mx} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I_{mx} = \omega C V_{mx}$$

$$V_{mx} = I_{mx} \frac{1}{\omega C}$$

$$V = I \frac{1}{\omega C}$$

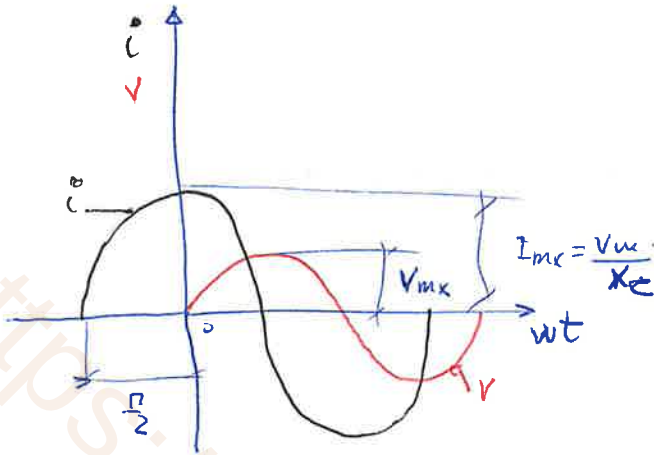
$$i = I \sqrt{2} \cos \omega t$$

La corriente va adelantado 90° con respecto a la tensión.

$$\frac{1}{\omega C} = X_C = \text{react. capacitativa} \quad \omega L = X_L$$

$$V = I X_C$$

GRAFICA



$$V_{mx} = E_{mx} = E\sqrt{2}$$

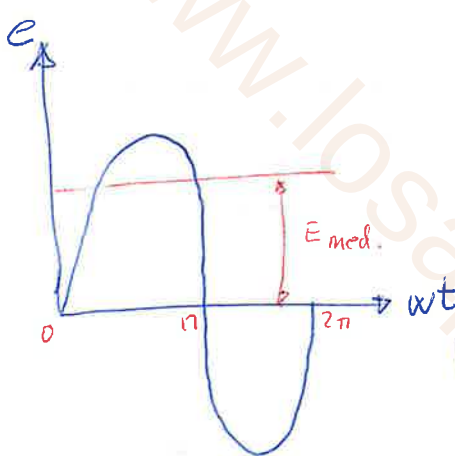
$$E = 4.44 n N \sqrt{\omega} \phi_{mx}$$

$$E \propto n N$$

$$E \propto N$$

$$E \propto \omega$$

Valor medio de la fuerza electromotriz inducida

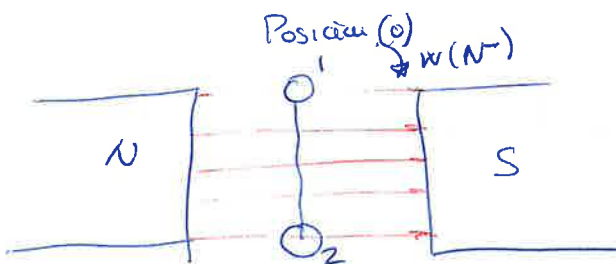


$$E_{med} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_{mx} \sin \omega t d(\omega t)$$

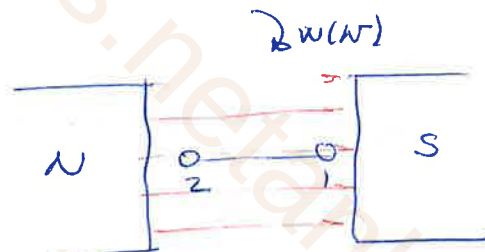
$$E_{med} = \frac{1}{\pi} E_{mx} \left[-\cos \omega t \right]_0^{\pi} = \frac{2}{\pi} E_{mx}$$

$$E_{med} = \frac{2}{\pi} E_{mx}$$

valor medio.



fuerza elctrom.
inducida $\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \Phi_{mx} \\ e = 0 \end{array} \right.$



$\left\{ \begin{array}{l} \Phi = 0 \\ e = E_{mx} \end{array} \right.$

La fuerza electromotriz media generada se puede poner $E_{med} = n \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$

$$\Delta \phi = \phi_{mx}$$

$$\frac{1}{N} = \text{tiempo de una vuelta}$$

$$\frac{1}{4N} = \text{tiempo de un cuarto de vuelt.}$$

$$E_{med} = n \frac{\phi_{mx}}{1/4N} = 4Nn \phi_{mx}$$

$$E_{med} = 4Nn \phi_{mx} \quad \text{valor medio}$$

igualado el valor medio con el valor maximo $\frac{2}{\pi} E_{mx} = 4Nn \phi_{mx}$

$$E_{mx} = 2\pi N n \phi_{mx}$$

$$E = \frac{E_{mx}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N n \phi_{mx}$$

$$E = 4.44 \pi N n \phi_{mx}$$

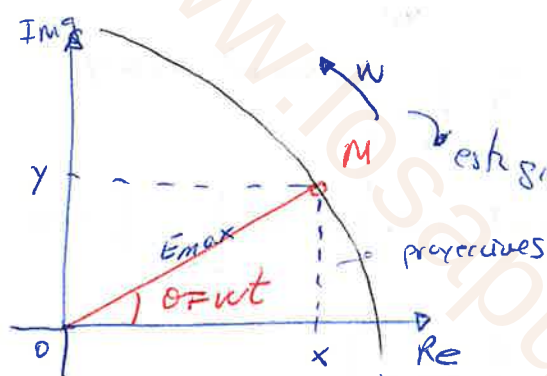
$f = N$ frecuencia con el n° de revoluciones por segundo coincide.

$$E = 4.44 f n \phi_{mx}$$

Representación cinemática.

función seno.

una línea fija en el plano. porque está definida con el ángulo θ



las proyecciones van a dar los valores instantáneos

est. girando en sentido antihorario
proyecciones

valor instantáneo de la F. electrom.

$$O_y = \text{Im}g \left[\bar{E}_{mx} e^{j\omega t} \right] = \text{Im}g \left[\bar{E}_{mx} \right] = E_{mx} \sin \omega t = e$$

componentes
imaginarias

$$O_x = \text{Re} \left[\bar{E}_{mx} e^{j\omega t} \right] = \text{Re} \left[\bar{E}_{mx} \right] = E_{mx} \cos \omega t = e$$

Representación de un vector giratorio.

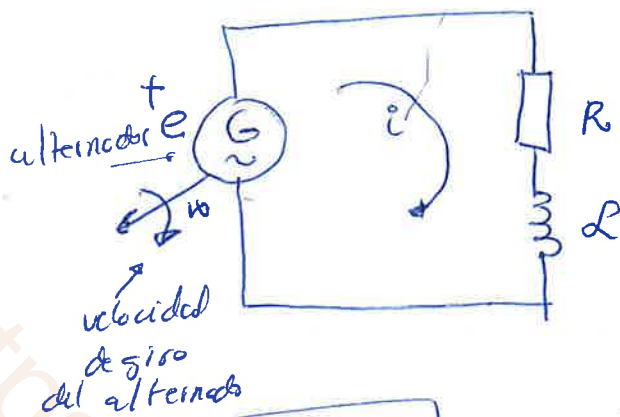
gira

$$\text{puede ir representado como: } \bar{E}_{mx} = E_{mx} e^{j\omega t} = E_{mx} \angle \theta = \omega t =$$

gira

$$= E_{mx} \cos \omega t + j E_{mx} \sin \omega t = \sqrt{x^2 + y^2} \angle \omega t = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

carga RL (Muy importante)
 y conmuta instantáneo



Vale para cualquier tipo de señal.

la corriente senoidal es $i = I_{mx} \sin \omega t$

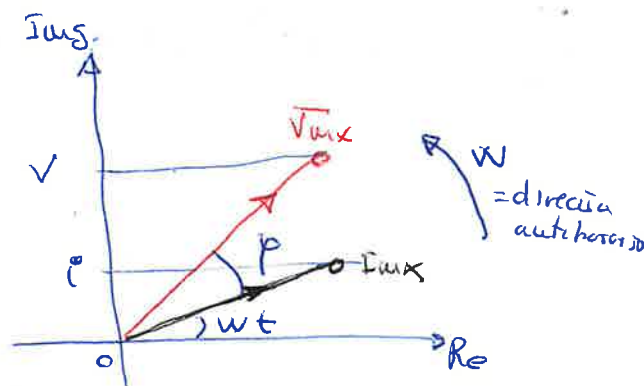
$v = V_m \sin(\omega t + \varphi)$ ángulo de desfase.
 a $V-L$

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

el ángulo de un RL que no sea 0° ni 90° .

$i = I_{mx} \sin \omega t$ Excitación.

$v = V_m \sin(\omega t + \varphi)$ g respuesta.



$$\begin{cases} i = I_{mx} e^{j\omega t} \\ v = V_{mx} e^{j(\omega t + \varphi)} \end{cases} \quad \text{sustituyendo en (1)}$$

$$I_{mx} [V_{mx} e^{j(\omega t + \varphi)}] = R I_{mx} [I_{mx} e^{j\omega t}] + L \frac{d}{dt} I_{mx} [I_{mx} e^{j\omega t}]$$

$$I_{mx} [V_{mx} e^{j(\omega t + \varphi)}] = \underset{\text{imaginario}}{I_{mx}} [R \cdot I_{mx} e^{j\omega t}] + I_{mx} [L \frac{d}{dt} I_{mx} e^{j\omega t}]$$

$$\cancel{I_{mx}} [V_{mx} e^{j(\omega t + \varphi)}] = \cancel{I_{mx}} [R I_{mx} e^{j\omega t}] + \cancel{I_{mx}} [j\omega L I_{mx} e^{j\omega t}]$$

$$V_{mx} e^{j(\omega t + \varphi)} = [R + j\omega L] I_{mx} e^{j\omega t}$$

$$\bar{V}_{mx} = [R + j\omega L] \bar{I}_{mx}$$

$$V = (R + j\omega L) \bar{I}$$

Metodo Simbolico, o metodo de FRESNEL.

$\bar{V}_{ux} = [R + j\omega L] \bar{I}_{ux}$ en forma exponencial. $V_{ux} e^{j(\omega t + \varphi)} = [R + j\omega L] \cdot I_{ux} e^{j\omega t}$

$V_{ux} e^{j\varphi} e^{j\omega t} = [R + j\omega L] I_{ux} e^{j0} e^{j\omega t}$ lo divide $e^{j\omega t}$

hace la misma función

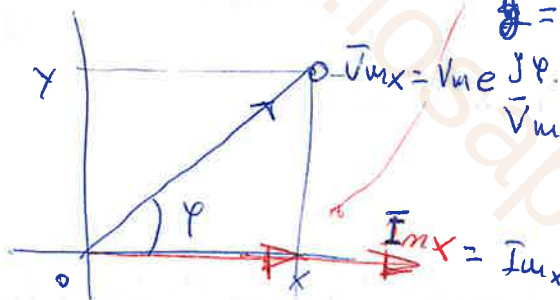
$V_{ux} e^{j\varphi} = [R + j\omega L] I_{ux} e^{j0}$

vectores pasivos o estatísticos.

$V = V_{ux} \cos \omega t$

$x = V_{ux} \cos \varphi$

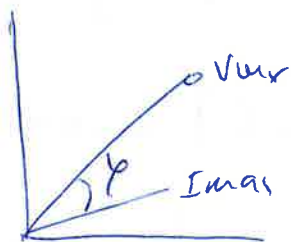
$y = V_{ux} \sin \varphi$



$\bar{V}_{ux} = V_{ux} \cos \varphi + j V_{ux} \sin \varphi$

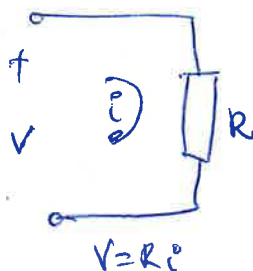
$\bar{I}_{ux} = I_{ux} e^{j0}$

$\bar{V}_{ux} = [R + j\omega L] \bar{I}_{ux}$ — $V_{ux} \angle \omega t + \varphi = [R + j\omega L] I_{ux} \angle \omega t$ (vectores giratorios)
 $V_{ux} \angle \varphi = [R + j\omega L] I_{ux} \angle 0^\circ$ (vector estático cuando se para.)

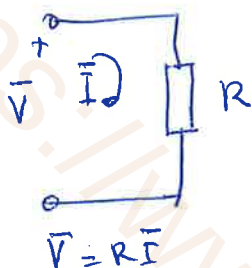


OPERADOR IMPEDANCIA $\hat{Z}$

$$\hat{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

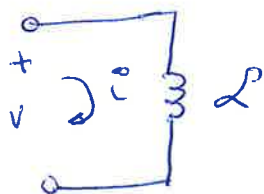
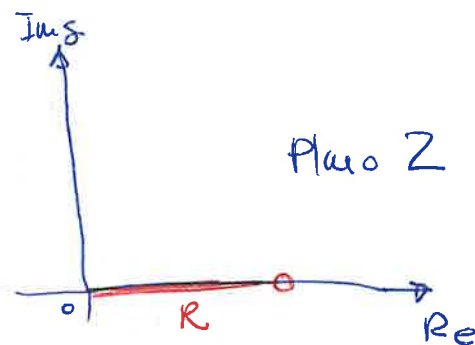


este modelo corresponde para cualquier tipo de señal

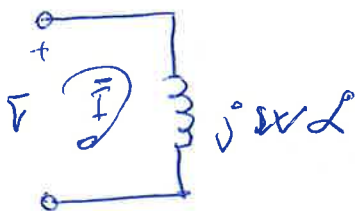


circuito para señales sinusoides

$$\hat{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} = Z \angle 0^\circ = R + j0$$



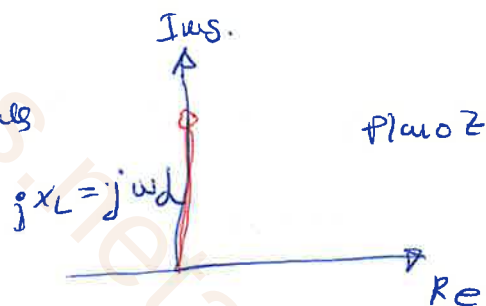
este modelo corresponde para cualquier tipo de señal.



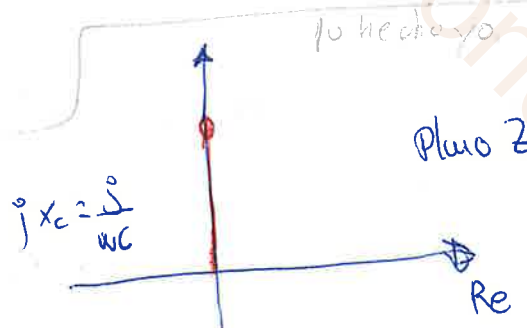
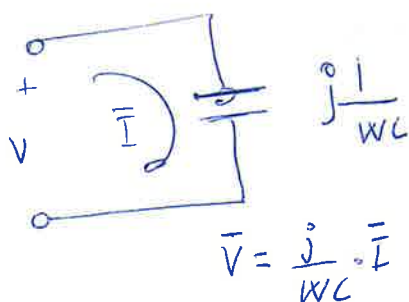
circuito para señales sinusoidales

$$\bar{V} = j\omega L \bar{I}$$

$$\hat{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} = Z \angle 90^\circ = j\omega L$$

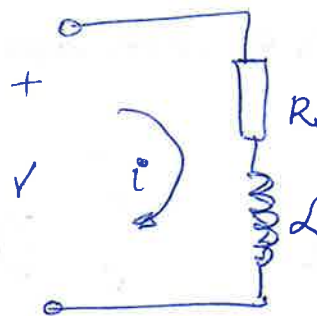


Para el condensador lo mismo, condensador



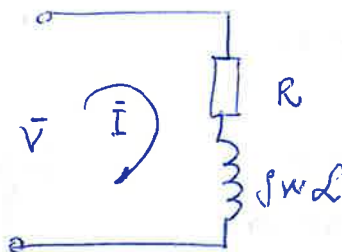
$$\hat{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} = Z \angle 90^\circ = \frac{j}{\omega C}$$

circuito RL para qualquer tipo de sinais



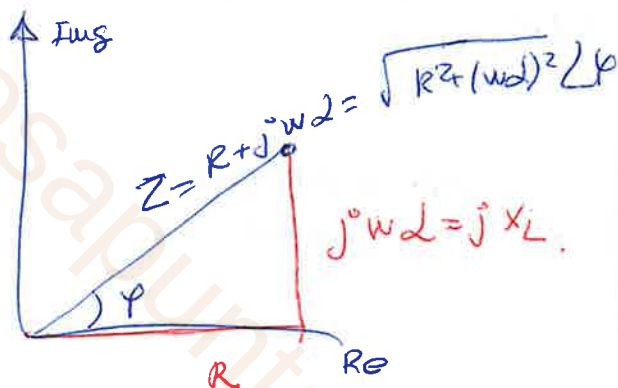
$$v = Ri + L \frac{di}{dt}$$

para sinais senoidais



$$\bar{V} = Ri + jwL \bar{i}$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{i}} = \frac{V \angle \varphi}{I \angle 0^\circ} = Z \angle \varphi = R + jwL = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi$$



Impedância exponencial. temos o circuito RL

$$v = Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$i = I e^{pt}$$

$$v = R I e^{pt} + L \frac{d}{dt} I e^{pt}$$

$$v = I e^{pt} [R + Lp]$$

$$v = i [R + Lp]$$

$$\frac{v}{i} = Z(p) = R + Lp$$

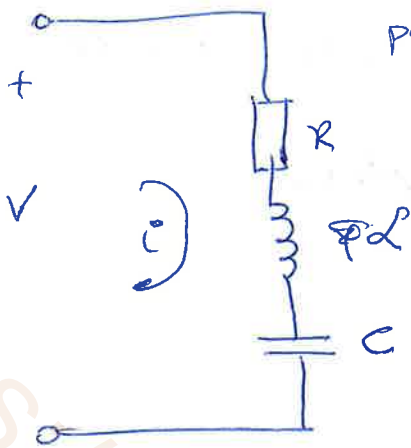
$$\text{como } e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

$$p = j\omega$$

$$Z(p) = R + Lp$$

$$Z(j\omega) = \bar{Z} = R + jwL$$

CIRCUITO RLC



para cualquier tipo de señal.

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

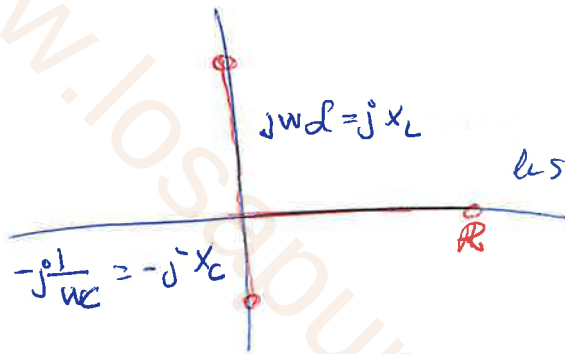
$$i = I e^{pt}$$

$$V = I e^{pt} \left[R + Lp + \frac{1}{Cp} \right]$$

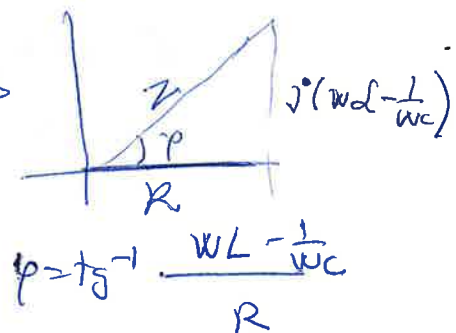
$$Z(p) = \frac{V}{i} = R + Lp + \frac{1}{Cp}$$

$$Z(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j \left[\omega L - \frac{1}{\omega C} \right]$$

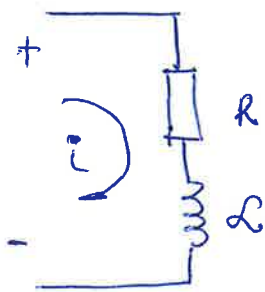
gráfica.



la suma $\Rightarrow$



CIRCUITO RL



$$V = Ri + L \frac{di}{dt} \quad \text{es para cualquier tipo de señal.}$$

$$i = \tilde{I} e^{pt} \quad \text{en forma exponencial.}$$

$$V = R \tilde{I} e^{pt} + L \frac{d}{dt} \tilde{I} e^{pt}$$

$$V = (R + Lp) \tilde{I} e^{pt}$$

$$V = (R + Lp) \tilde{I}$$

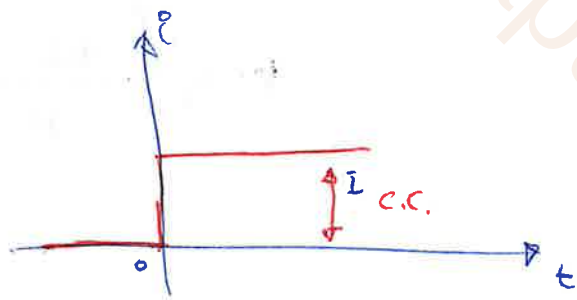
$$Z(p) = \frac{V}{\tilde{I}} = R + Lp$$

es una
frecuencia
compleja

$$\tilde{I} = I_m \sin \omega t$$

$$\tilde{Z} = Z(p = j\omega) = R + j\omega L$$

$$p = \sigma + j\omega$$



$$\tilde{I} = I$$

$$p = 0$$

$$\tilde{I} = I e^{0t} = I$$

la función senooidal puede ser representada.

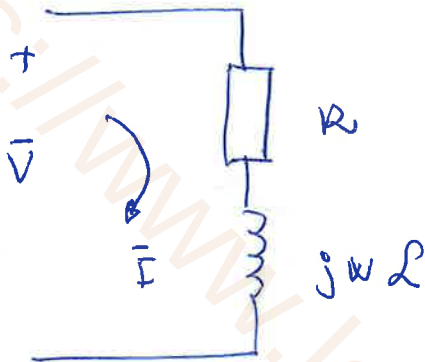
$$\tilde{I} = I_m \sin \omega t = I_m \times \frac{1}{2} \left[e^{j\omega t} - e^{-j\omega t} \right]$$

sustitución de señales senoidales.

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \text{es igual cuando } \frac{d}{dt} [] = j\omega$$

$$\int [] dt = \frac{1}{j\omega}$$

CIRCUITO EN FORMA SENOIDAL



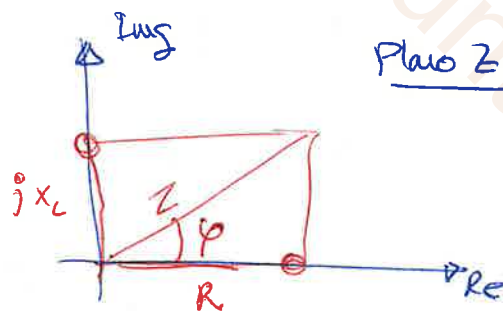
$$\bar{V} = \bar{I} [R + j\omega L]$$

$$\bar{V} = R\bar{I} + j\omega L\bar{I}$$

$$\bar{V} = (R + j\omega L)\bar{I} = \bar{Z}\bar{I}$$

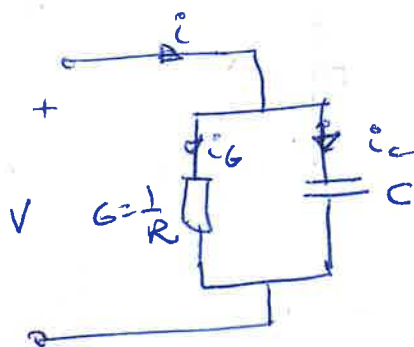
Se emplean el cuadrante 1^{er} y 4^o

$$\bar{Z} = R + j\omega L = R + jX_L$$



$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L}{R}$$

CIRCUITO RC paralelo. para cualquier tipo de señal.



$$G = \frac{1}{R} = \text{conductancia (Siemens (S))}$$

$$i = i_G + i_C$$

$$i_G = G \cdot V$$

$$i_C = C \frac{dV}{dt}$$

Estos se calculan en los circuitos anteriores.

RL serie

$$V = Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$V = V_R + V_L$$

GC paralelo

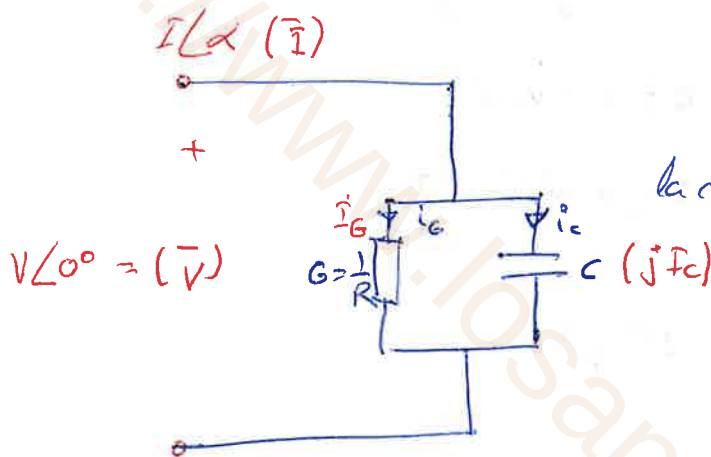
$$i = i_G + i_C$$

$$i = Gv + C \frac{dv}{dt}$$

los circuitos son duales.

Para señales xnoiales.

para pasar de en señales senoidales
luego halla $i = \bar{I}$ y donde halla
 $\bar{V} = V$ y $\frac{dv}{dt} = j\omega \bar{V}$



X_C en serie es $\frac{1}{j\omega C}$ pero al estar en
paralelo es $j\omega C = X_C$
la corriente del condensador va en adelanto 90°

$$\bar{I} = G\bar{V} + j\omega C \bar{V}$$

$$\bar{I} = G\bar{V} + j\omega C \bar{V}$$

$$\bar{I} = \bar{V} [G + j\omega C]$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \bar{V} [G + jB_C] \quad \frac{\bar{I}}{\bar{V}} = \bar{Y}$$

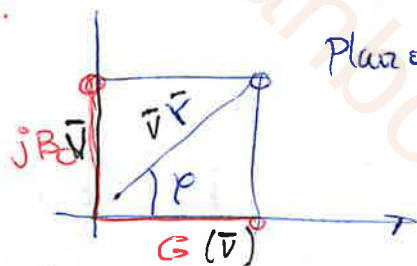
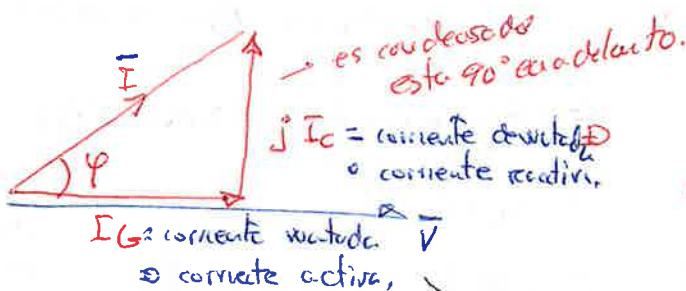
$j\omega C = \text{Susceptancia Capacitiva (siemens)} = jB_C$
 $G = \text{conductancia}$

$$G + j\omega C = G + jB_C = \bar{Y} \text{ (siemens)}$$

$\bar{Y} = \text{admitancia (siemens)}$

$$\bar{Y} = \frac{1}{Z}$$

es inversa de impedancia



Plano Y

$$\bar{I} = I_W + jI_d$$

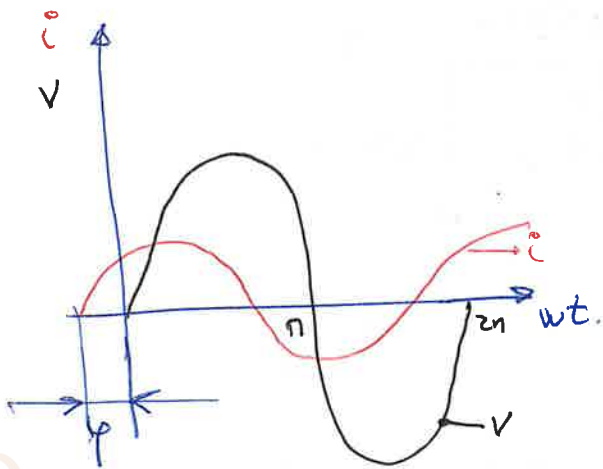
corriente activa (I_W) and corriente reactiva (I_d)

se pasa multiplicando por $\bar{V}$

$$I_G = G(\bar{V})$$

$$jI_C = jB_C \bar{V}$$

$$I = \bar{V} \bar{Y}$$



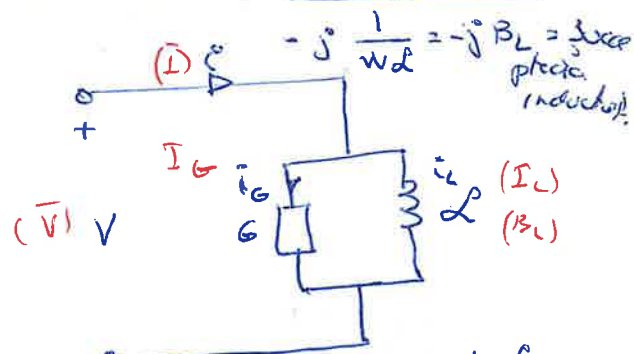
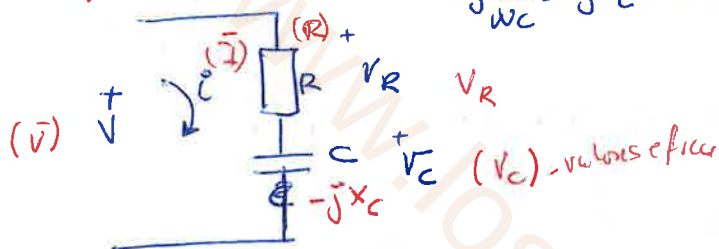
$$V = V_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

CIRCUITO RC serie. ~~ver~~ Esblecos el dual. GL paralelo

los rojo es en forma senoidal.

$$-j \frac{1}{\omega C} = -j X_C = \text{react. capacit.}$$



Ec. de Kirchhoff

$$V = Ri + \frac{1}{C} \int i dt = V_R + V_C$$

Ec. vectorial

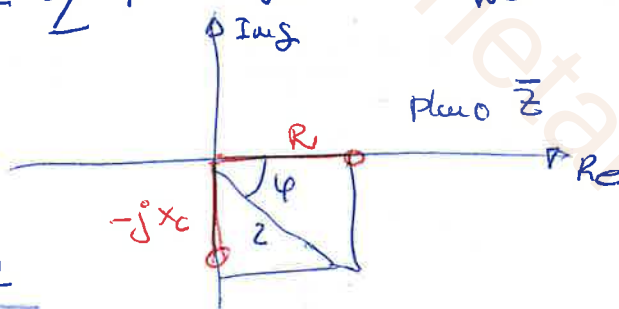
$$\bar{V} = R\bar{I} - j \frac{1}{\omega C} \bar{I} = \bar{V}_R + \bar{V}_C$$

$$\bar{I} = \bar{I}_G + \bar{I}_L = G\bar{V} + \frac{1}{L} \int \bar{V} dt$$

$$\bar{I} = G\bar{V} + \frac{1}{j\omega L} \bar{V} = G\bar{V} - j \frac{1}{\omega L} \bar{V} = \bar{I}_G + \bar{I}_L$$

SERIE RC

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle -\varphi}{I \angle 0} = Z \angle -\varphi = R - jX_C = R - j \frac{1}{\omega C} (\Omega)$$

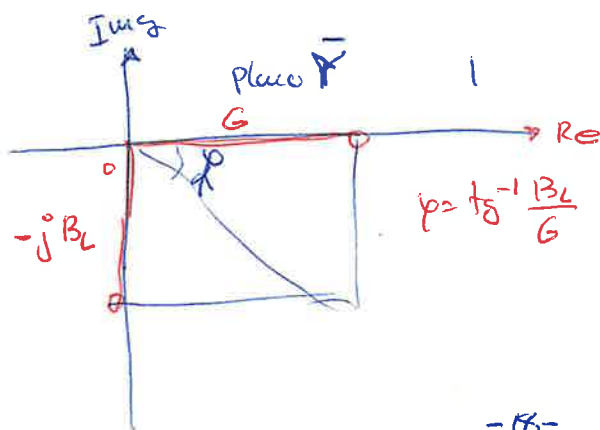


$\varphi = \tan^{-1} \frac{X_C}{R}$

lo multiplico por $\bar{I}$

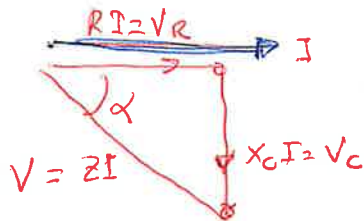
Paralelo GL

$$\bar{Y} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}} = \frac{I \angle \varphi}{V \angle 0} = Y \angle \varphi = G - j \frac{1}{\omega L} = G - jB_L (S)$$

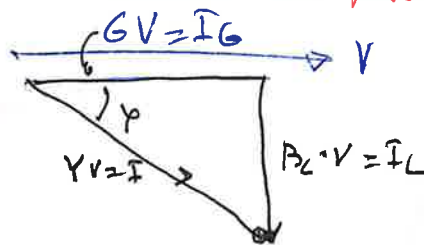


multiplico por $\bar{V}$ todas
las lados de las grafias
y
quedarán
↓

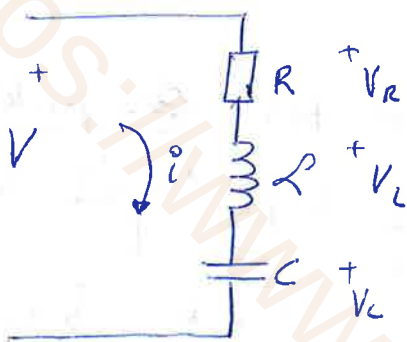
CIRCUITO RC



CIRCUITO RL paralelo,



SERIE RLC



$$V = V_R + V_L + V_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt.$$

en forma vectorial.

$$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C = R\bar{I} + j\omega L\bar{I} + \frac{1}{j\omega C}\bar{I}$$

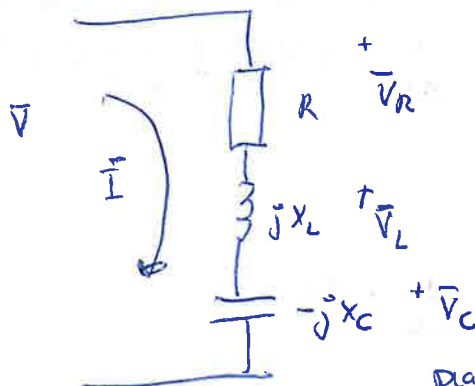
$\frac{-j}{\omega C}$ - posn arriba
negativo

$$\bar{V} = [R + jX_L - jX_C] \bar{I} = (R + jX) \bar{I}$$

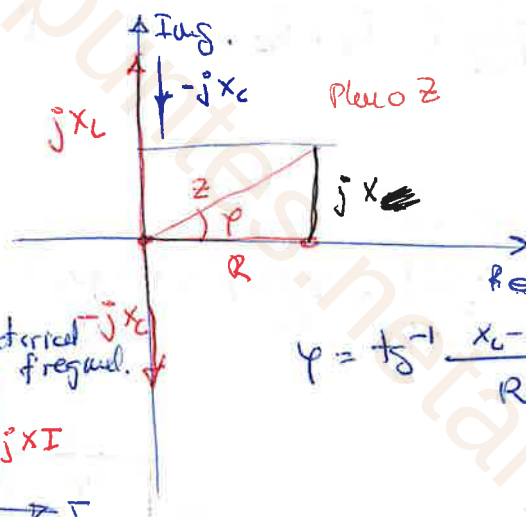
$$X = X_L - X_C \quad \bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle \varphi}{I \angle 0^\circ} =$$

$$= Z \angle \varphi = R + j(X_L - X_C)$$

equivalente
en forma
senoidal,
o regimen sinus.

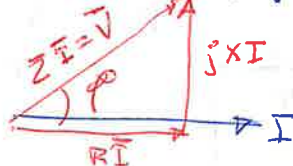


por $\bar{I}$



lo multiplico

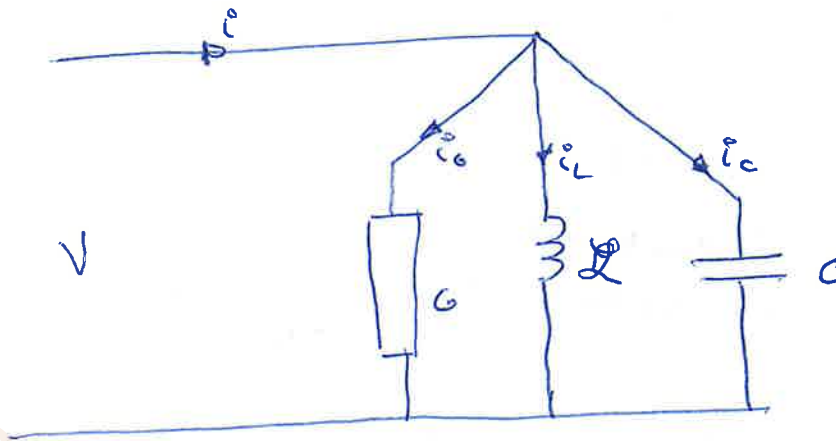
diagr. vectorial
frecuencial.



$$\bar{V} = \bar{I} \bar{Z}$$

$$V \angle \varphi = I \angle 0^\circ Z \angle \varphi$$

CIRCUITO RLC paralelo para cualquier tipo de señal.

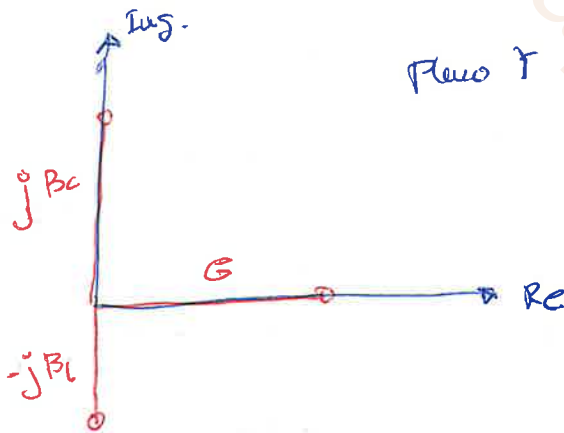


$$i = i_G + i_L + i_C = GV + \frac{1}{L} \int v dt + C \frac{dv}{dt}$$

ecu. senoidal. $\bar{I} = \bar{I}_G + \bar{I}_L + \bar{I}_C = G\bar{V} + \frac{1}{j\omega L} \bar{V} + j\omega C \bar{V}$

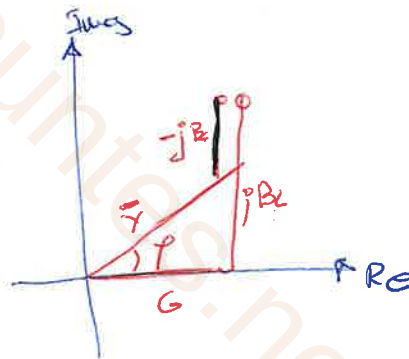
$$\bar{I} = \bar{V} \left[G + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right]$$

$$\bar{Y} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}} = \frac{I \angle \varphi}{V \angle 0^\circ} = \bar{Y} \angle \varphi = G + j(B_C - B_L)$$

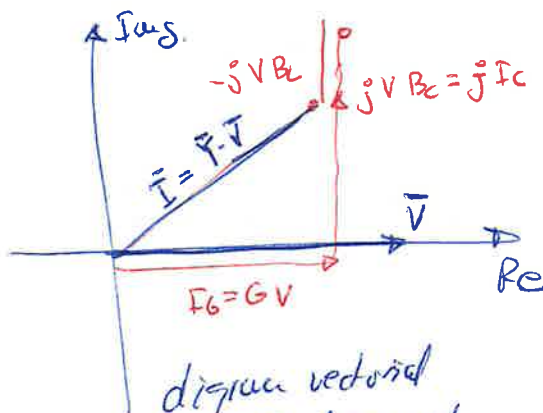


Phasor Y

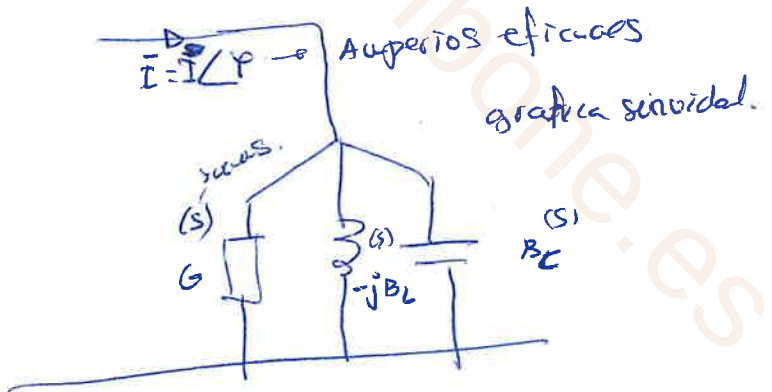
⇒



lo multiplico por V para poner la grafica en forma senoidal.

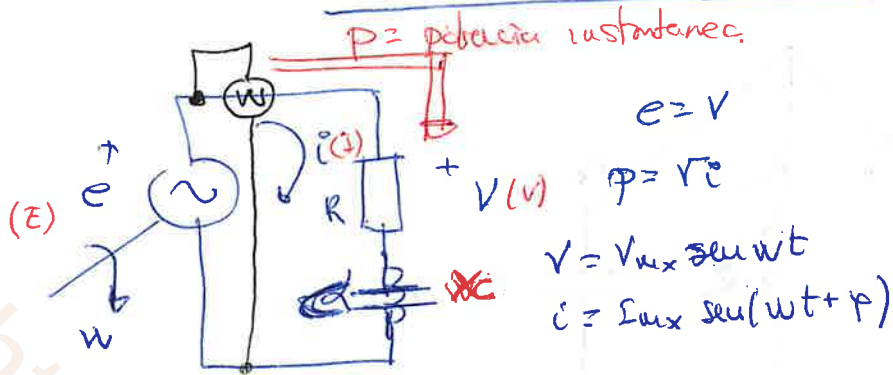


dispara vectorial
de frecuencia
los vectores estan estatico
es decir no giran.



Adaptados eficientes
grafica senoidal.

Potencia de R.E. serie



$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$p = [V_m \sin \omega t] [I_m \sin(\omega t + \varphi)]$$

$$p = V_m I_m (\sin \omega t) [\sin(\omega t + \varphi)]$$

$$p = V_m I_m \left[\frac{1}{2} (\cos \varphi) - \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \varphi) \right] =$$

$$= V I [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$P = \frac{1}{T} \int p dt = \frac{1}{T} \int_0^T V I \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T V I \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

$$p = V \cdot I \cos \varphi + 0 \quad \boxed{P = V I \cos \varphi}$$

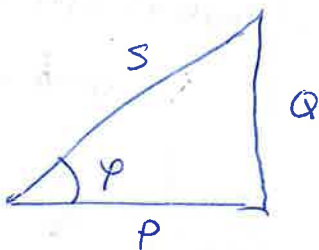
potencia
media activa

se mide en
vatios.

y se colocaría en el
circuito como medida
el color negro y mediría
la potencia media activa

$S = V \cdot I = \text{potencia aparente (voltio amperio reactivo) (V \cdot A)}$

$Q = V I \sin \varphi = \text{potencia reactiva (voltio amperio reactivo) (VAR), (KVAR), (MVAR)}$



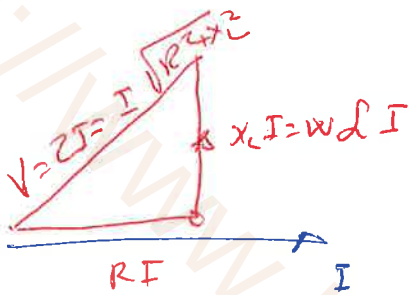
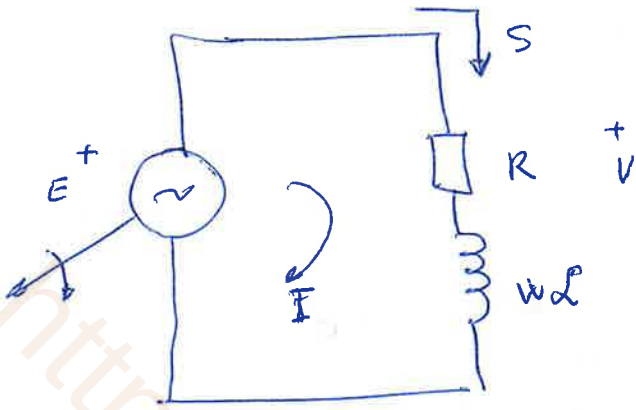
$$\varphi = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$

Región de operación.

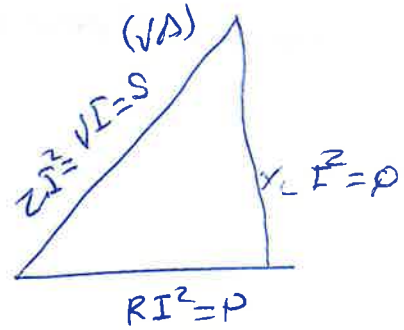
$$\bar{S} = \sqrt{P^2 + Q^2} = \angle \varphi = P + j Q = S \angle \varphi$$

Potencia CIRCUITO RL

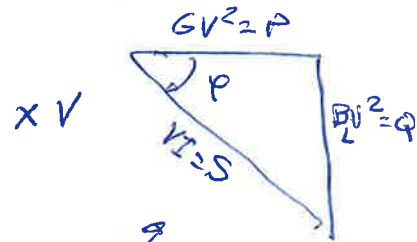
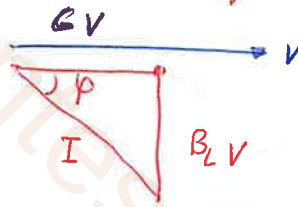
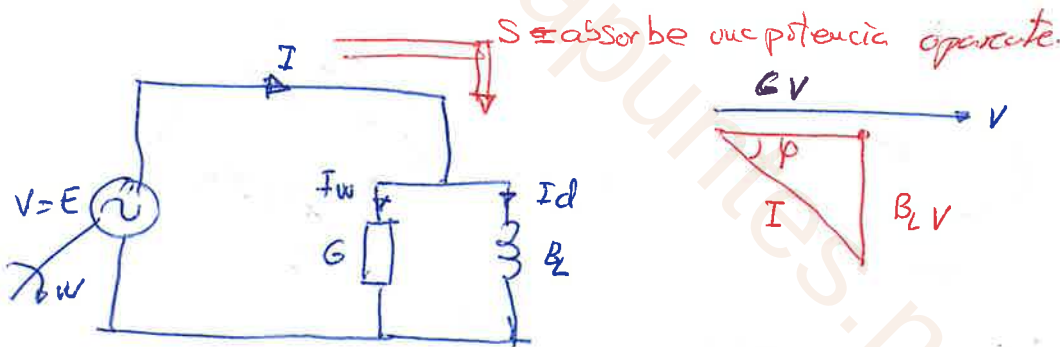
regimen senoidal.



multiplícase.
 $\times I$



Sistema complejo circuito GL paralelo.



para darle la vuelta al triángulo.

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* \text{ complejo}$$

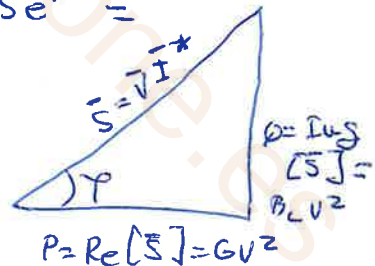
$$\bar{S} = V \angle 0^\circ (I \angle -\varphi)^* =$$

$$= V \angle 0^\circ I \angle \varphi = V e^{j0} I e^{j\varphi} = S e^{j\varphi} =$$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2} \angle \varphi = \frac{1}{G} \angle \varphi$$

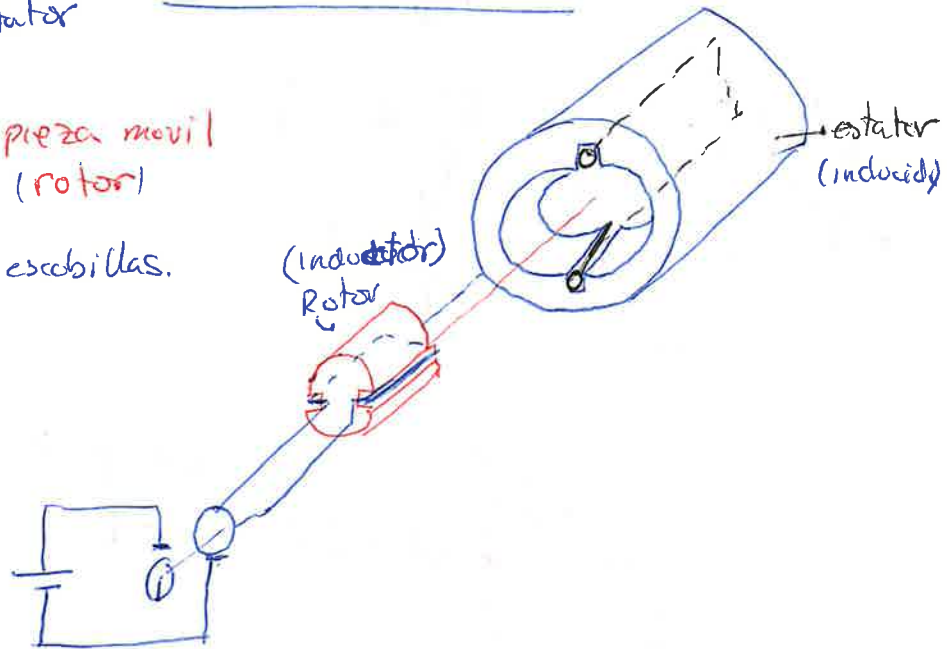
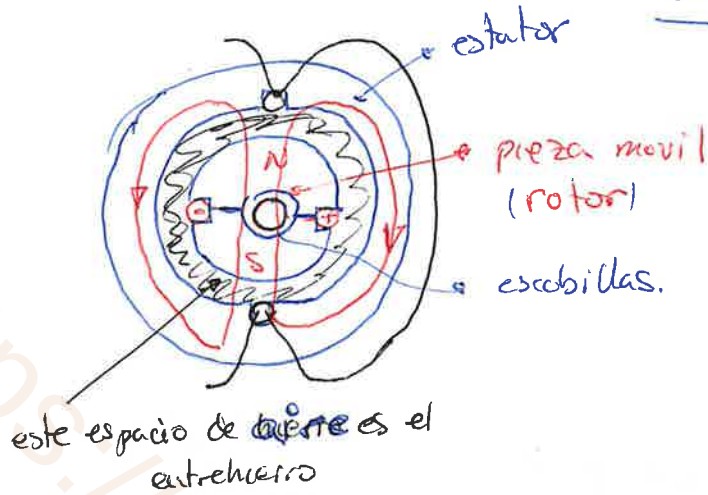
$$P = GV^2 = \text{Re}[\bar{S}]$$

$$Q = \text{Im}[\bar{S}] = B_L V^2 \Rightarrow$$

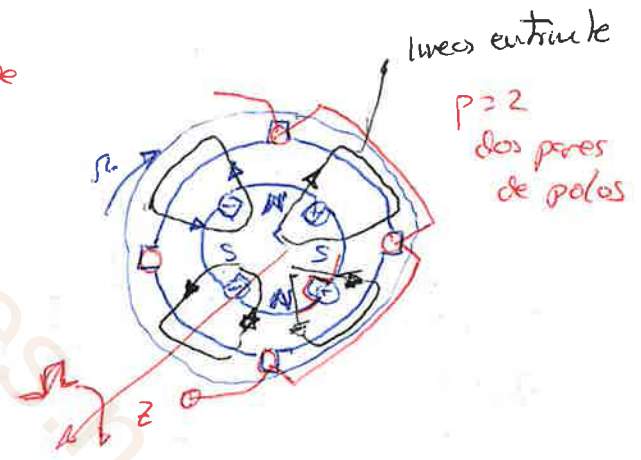
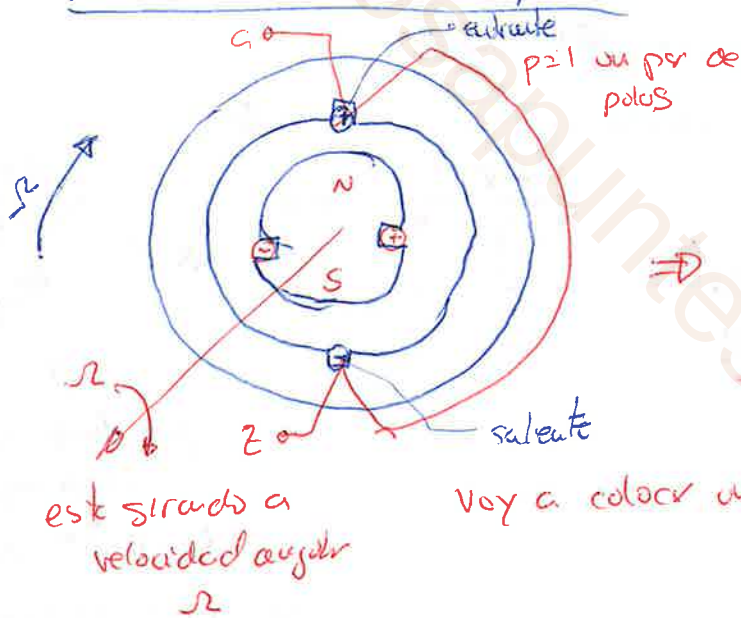


Alternador elemental en un campo magnético giratorio.

alternador bipolar.

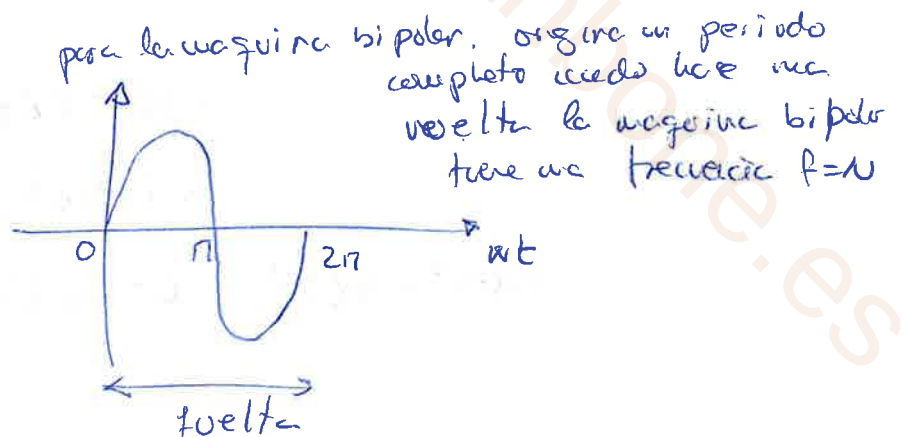


Alternador ~~unipolar~~ bipolar.

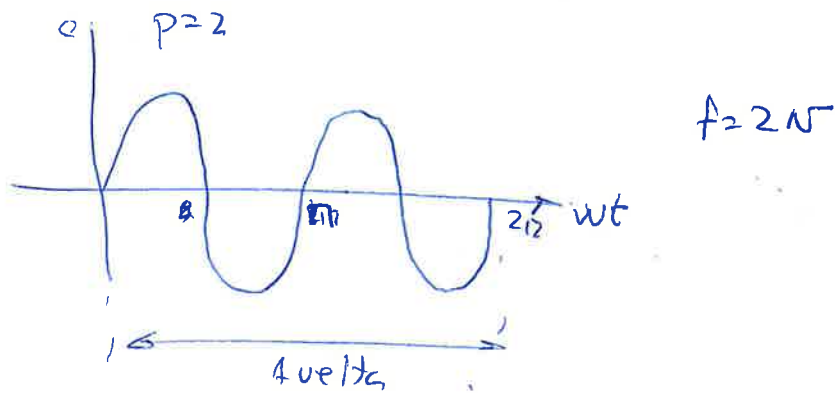


Voy a colocar un rotor tetrapolar.

$p=1$ N rps
 $f=N$



las dos magnitudes van a girar a las mismas velocidades por seg.



el analisis de una mag. ~~tetrapolar~~ de p pares de polos la frecuencia originada en la maquina es $f = pN$.

Angulo eléctrico { se puede pasar un motor de ~~tetrapolar~~ a bipolar.
velocidad electrica

Si la mag tetrapolar hace un ciclo completo con 180 vueltas
la maquina bipolar lo hace 360°

$\theta_e = 2\theta_m$
↑ angulo electrico ↑ angulo mecanico

con p pares

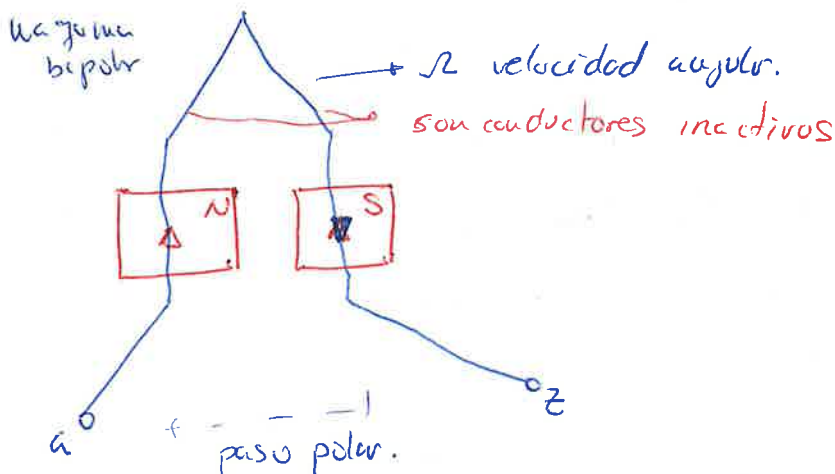
$$\boxed{\theta_e = p \theta_m}$$

$$\boxed{W = p \Omega}$$

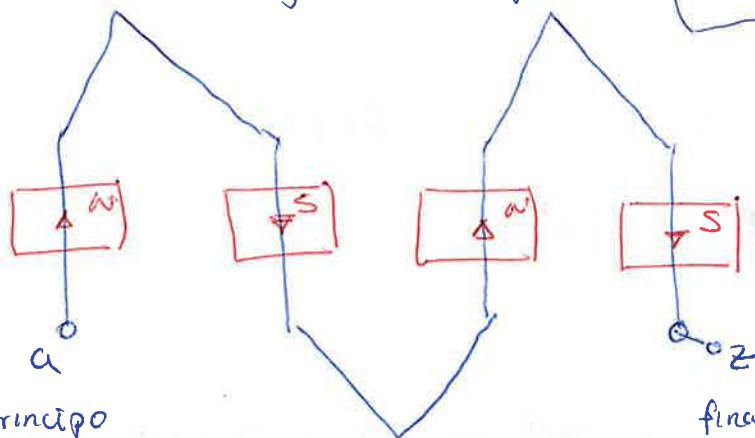
↑
velocidad electrica

velocidad mecanica.

Representación grafica del motor.



en el caso de la magneta. tetrapolar.

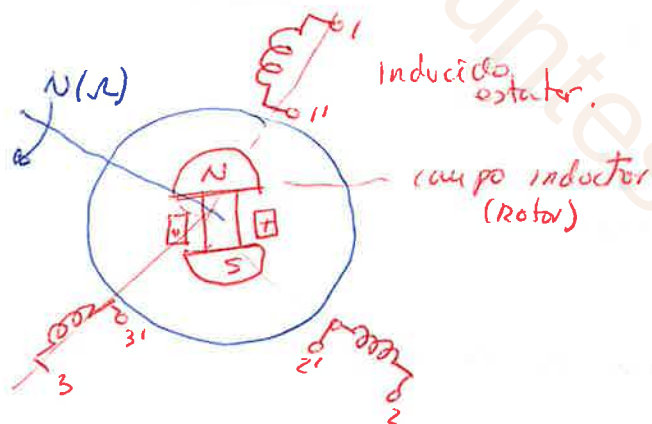


La fuerza electromotriz inducida saldrá más baja E_{ux}

ALTERNADOR trifásico bipolar

Sist. trifásico ^{equilibrado} bipolar es aquel que está constituido de 3 fuerzas electromotrices del mismo módulo, de misma frecuencia y cuyos valores están desplazados en el tiempo según el periodo.

Causado por 3 bobinas desfasadas 120° .



esta ~~semeja~~ induce al mismo flujo inductor, el módulo de las tres F. elect. $E_{1mx} = E_{2mx} = E_{3mx}$ por el giro de $\vec{B}$ giratorio es igual $= n \phi_{mx} \omega$ y como las tres son iguales las llamamos E_{mx} .
veloc. angular, mecánica

los valores eficaces son iguales en las tres bobinas:

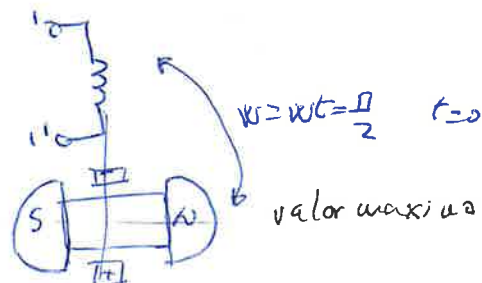
$$E_1 = E_2 = E_3 = E_{mx} = \frac{2\pi}{T} N n \phi_{mx} = 4.44 N n \phi_{mx} f$$

$$W = 2 \quad p = 1$$

$$n = f.$$

$$= 4.44 f n \phi_{mx}$$

la rueda polar tiene que ocupar esta posición

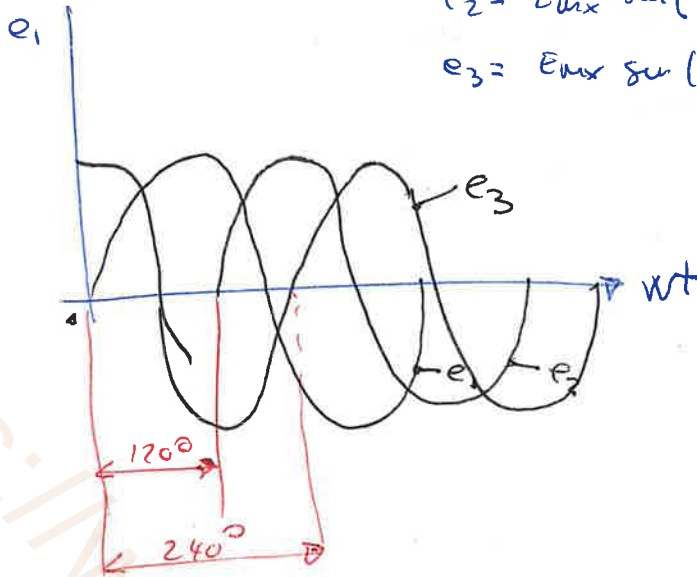


$$t=0 \quad e_1 = E_{mx}$$

$$e_1 = E_{mx} \sin \omega t \quad 1^{\text{er}} \text{ fase del motor trifásico}$$

$$e_2 = E_{mx} \sin(\omega t - 120^\circ) \quad 2^{\text{da}} \text{ fase}$$

$$e_3 = E_{mx} \sin(\omega t - 240^\circ) \quad 3^{\text{er}} \text{ fase.}$$

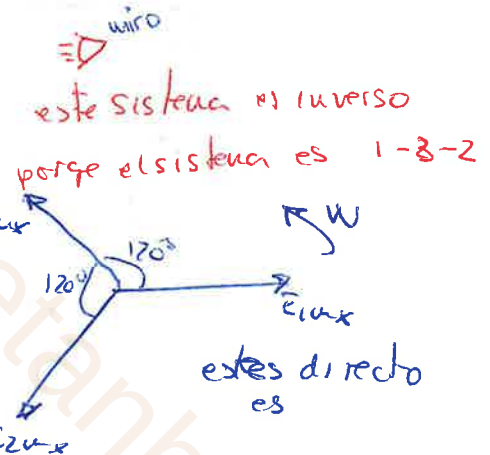
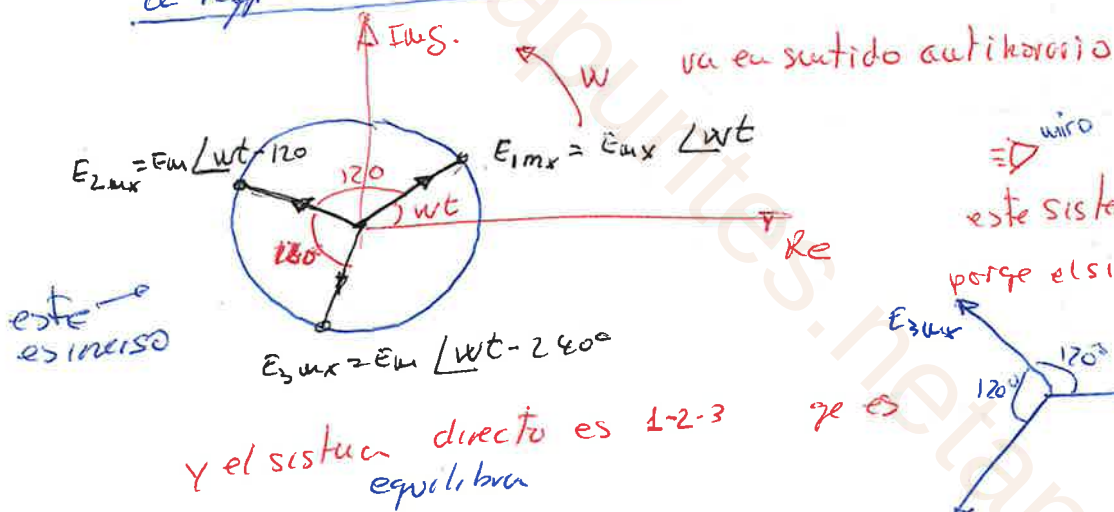


$$\bar{E}_1 = E \angle \omega t$$

$$\bar{E}_2 = E \angle \omega t - 120^\circ$$

$$\bar{E}_3 = E \angle \omega t - 240^\circ$$

la representación sistemática de las tres series.



valores
efectivos

$$\bar{E}_1 = E \angle 0^\circ$$

$$\bar{E}_2 = E \angle -120^\circ$$

$$\bar{E}_3 = E \angle -240^\circ$$

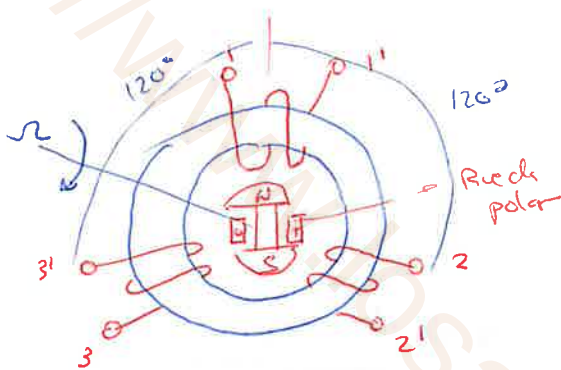
la m.a. multipolar genera una fuerza electromotriz $f = pN$ la frecuencia
generada $f = \frac{pN}{60}$

En Europa se trabaja a 50 ciclos por segundos (50Hz)

$f = \frac{P \cdot N}{60}$

$p=1$ un par de polos	$N = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3.000 \text{ RPM}$
$p=2$ dos pares de polos	$N = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ RPM}$
$p=10$	$N = \frac{60 \cdot 50}{10} = 300 \text{ RPM}$
$p=n$ n pares de polos.	

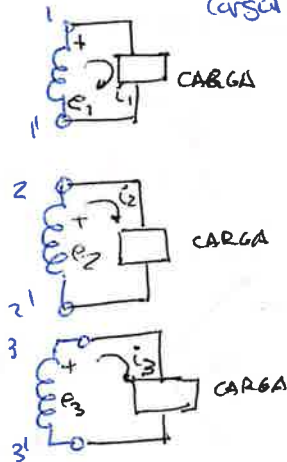
ALTERNADOR TRIFASICO BIPOLAR.



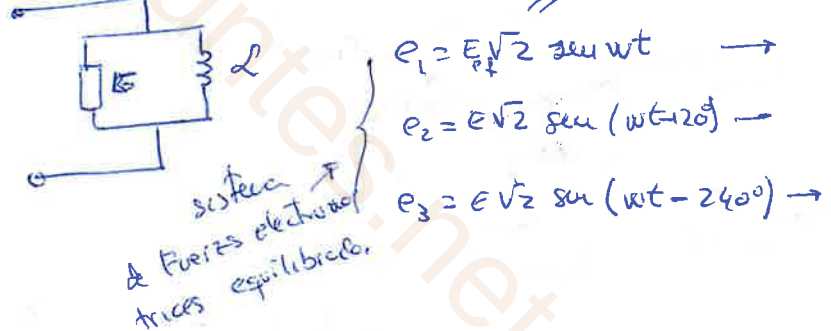
se coloca tres bobinas a 120°

1 principio de fase 1 y 1' final de fase 1.

construimos cada fase con una carga.



Lo que representa la carga $\Rightarrow E_{ux}$



$$E_1 = E \sqrt{2} \sin \omega t \rightarrow$$

$$E_2 = E \sqrt{2} \sin (\omega t - 120^\circ) \rightarrow$$

$$E_3 = E \sqrt{2} \sin (\omega t - 240^\circ) \rightarrow$$

$$\rightarrow I_1 = I \sqrt{2} \sin (\omega t - \varphi)$$

$$\rightarrow I_2 = I \sqrt{2} \sin (\omega t - 120^\circ - \varphi)$$

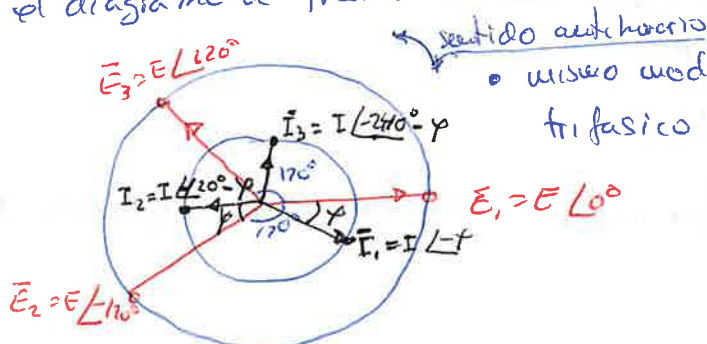
$$\rightarrow I_3 = I \sqrt{2} \sin (\omega t - 240^\circ - \varphi)$$

$$I = \frac{E}{Z} = E Y$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$B = \frac{1}{\omega L}$$

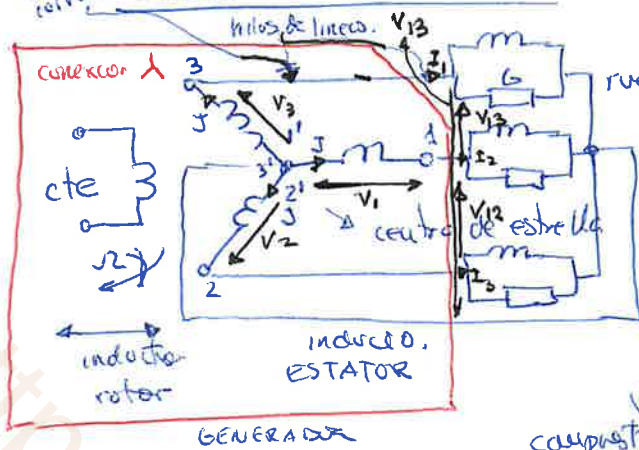
el diagrama de fasores sería:



sentido antihorario
• mismo modulo, mismo desplazamiento sistema trifasico equilibrado de corriente

el angulo de fase es $\varphi = \tan^{-1} \frac{B}{G}$

hilos de fases convergen en fase CONEXION ESTRELLA. λ

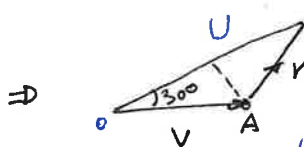
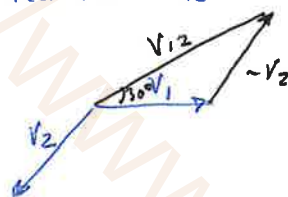


rueda polar qe origine un campo cte. Le colocamos su carga en cada vorno.
Cero NEUTRO
 $\vec{I}_0 =$ en bornes de cada fase se llama tensión simple V_1, V_2, V_3

valores compuestos de tensión

entre los hilos 1 y 2 lo llamo V_{12}	} el subíndice convencional
" " hilos 3 y 2 lo llamo V_{23}	
" " " 1 y 3 " " V_{31}	

La tensión V_{12} lo consigo:



$$\frac{U}{2} = V \cos 30^\circ$$

$$\frac{U}{2} = V \frac{\sqrt{3}}{2}$$

desde el ángulo de A
trazo una recta normal.

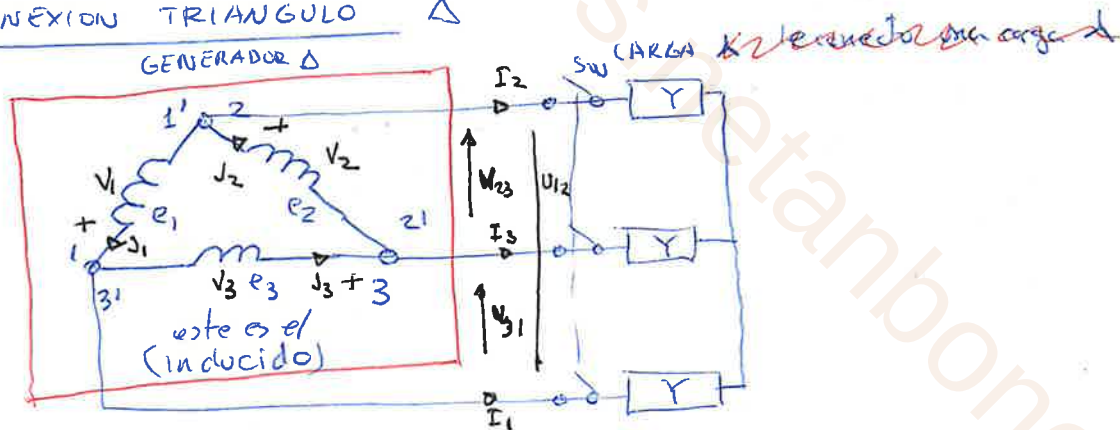
$$U = \sqrt{3} V \quad \text{es tres veces mayor } \sqrt{3} \text{ veces.}$$

(es la qe está en el exterior)
corriente de líneas $= I$
(corriente de fase $= J$)
(es la qe está en el interior)
 $I = J$

$\vec{I}_0 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$
convertido a neutro
 su suma resultante tiene qe ser cero porque está equilibrado en las tres electrodinámicas.

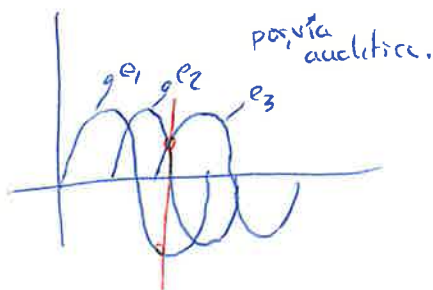
es sistema de transmisión de tres hilo.

CONEXION TRIANGULO Δ GENERADOR Δ

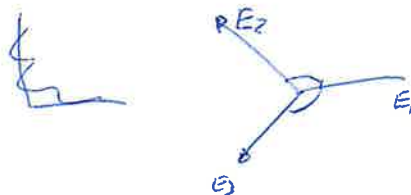


el interruptor sw lo considero abierto $SW=0$ (NO HAY CORRIENTE ALGUNA)

$$\sum e = e_1 + e_2 + e_3 \quad (\text{para valores instantaneos se hace la suma algebraica})$$



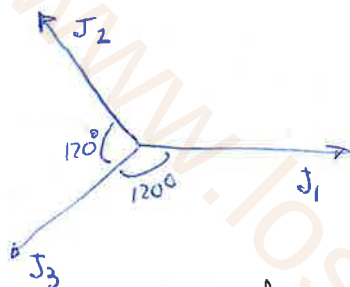
$$\sum e = E\sqrt{2} \sin \omega t + E\sqrt{2} \sin (\omega t - 120^\circ) + E\sqrt{2} \sin (\omega t - 240^\circ) = 0$$



Cuando el interruptor está cerrado circulara corriente por el generador.
entonces existira una tensiones V_1, V_2, V_3 . (valores simples de tension)

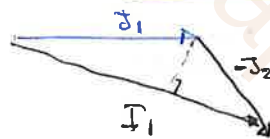
las tension simples y las tensiones compuestas coinciden $\Rightarrow U=V$
las corrientes serian distintas,

$$\begin{array}{lcl} \text{nudo ①} & \bar{J}_1 = \bar{J}_3 + \bar{I}_1 & \rightarrow \bar{I}_1 = \bar{J}_1 - \bar{J}_3 \\ \text{nudo ②} & \bar{J}_2 = \bar{J}_1 + \bar{I}_2 & \rightarrow \bar{I}_2 = \bar{J}_2 - \bar{J}_1 \\ \text{nudo ③} & \bar{J}_3 = \bar{J}_2 + \bar{I}_3 & \rightarrow \bar{I}_3 = \bar{J}_3 - \bar{J}_2 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{las intensidades de linea} \\ \text{intensidades de linea} \end{array} \right\}$$



las corrientes con mismo modulo es igual a cero

forma modular.



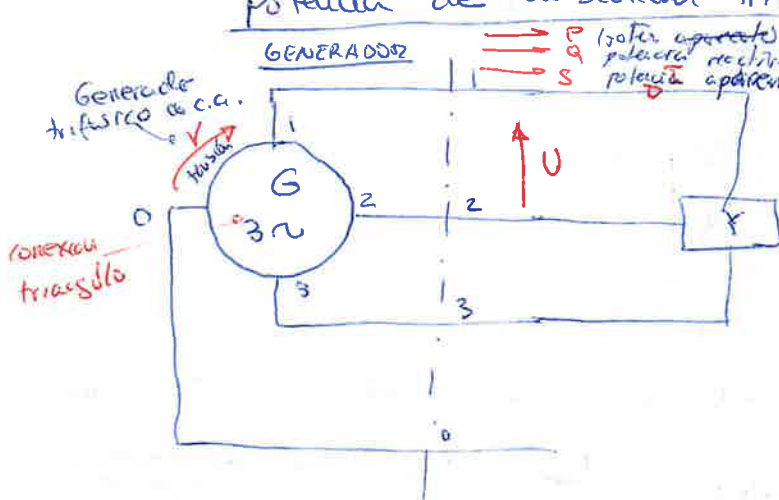
$$\frac{I}{2} = J \cos 30^\circ$$

$$I = \sqrt{3} J$$

la corriente de fase
la conexión Δ es tres veces
la tensión de línea
mayor a la tensión de fase

$$\begin{array}{l} I = \sqrt{3} J \\ U = V \end{array}$$

Potencia de un sistema trifasico.



GENERADOR
P potencia aparente activa
Q potencia reactiva
S potencia aparente

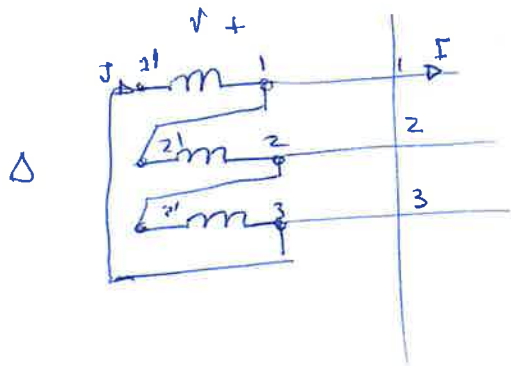
valor por fase
 S_f - potencia aparente por fase

inductancia

$$\lambda \quad S_f = VJ = \frac{U}{\sqrt{3}} I$$

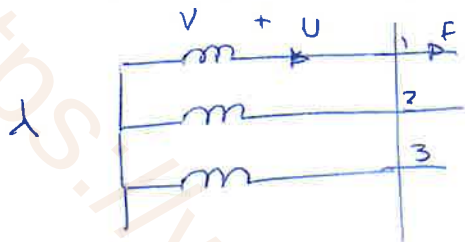
$$\Delta \quad S_f = V \cdot J = U \frac{I}{\sqrt{3}}$$

la potencia aparente por fase de λ y Δ son iguales.



trois phases
 $S = 3 S_f = \text{pot. apparente trif.}$

$$\begin{cases} \lambda = S = \frac{3UI}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} UI \\ \phi = S = \frac{3U_F}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} U_F \end{cases}$$

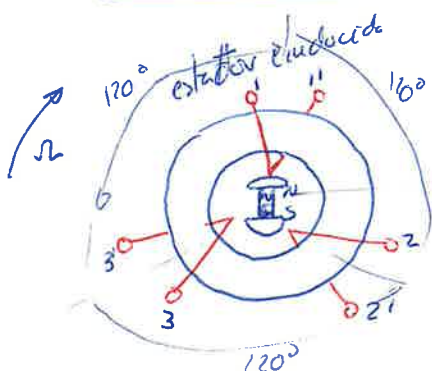


$P_f = V I \cos \varphi \rightarrow P = 3 P_f = 3 \frac{UI}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} UI \cos \varphi$
 ↑
 puissance de phase apparente

$Q_f = V I \sin \varphi \rightarrow Q = 3 Q_f = \sqrt{3} UI \sin \varphi$
 ↑
 puissance reactive de phase.

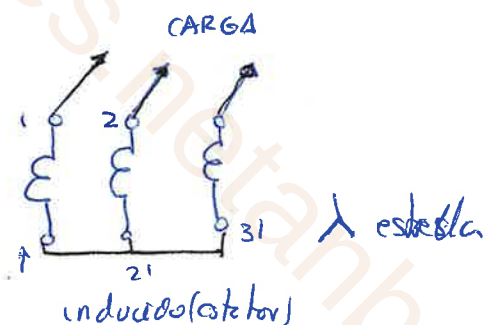
GENERADOR TRIFASICO MULTIPOLAR.

Generador trifasico bipolar.



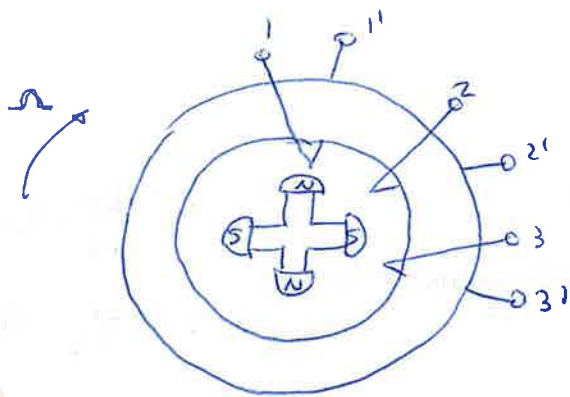
trois bobines
des fascicles
 $\boxed{120^\circ}$
 = Rotor (inducteur)

$p = 1$ ou par de pôle
 $f = 3$

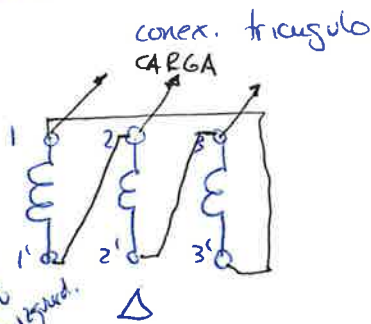


$\sigma_{\text{rech.}} = \sigma_{m_{\text{circuit}}} p = 1$
 $W = \sqrt{2}$

trifasica hexapolar.

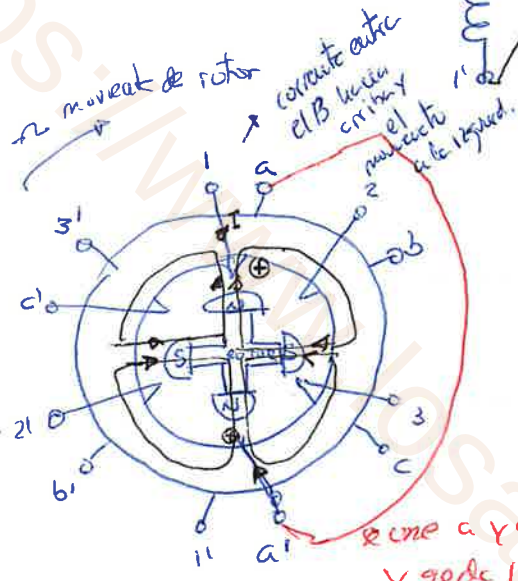


$p=2$ (pares de polos)
 $\gamma=3$ (nº de fases)



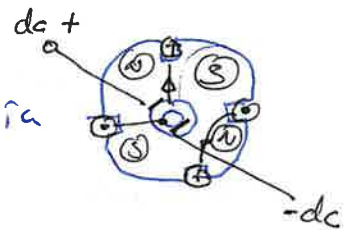
$$\theta_e = p \theta_m = 2 \theta_m$$

$$W = p \Omega = 2 \Omega$$



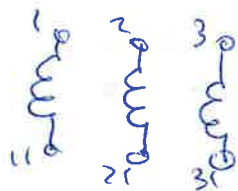
tiene dos bobinas por fases

el rotor del interior sería



como a y a' (lo mismo viene con las dos fases)
 y gede 1 y 1'

y podría



Analisis de un circuito trifasico equilibrado mediante un circuito monofasico, equivalente

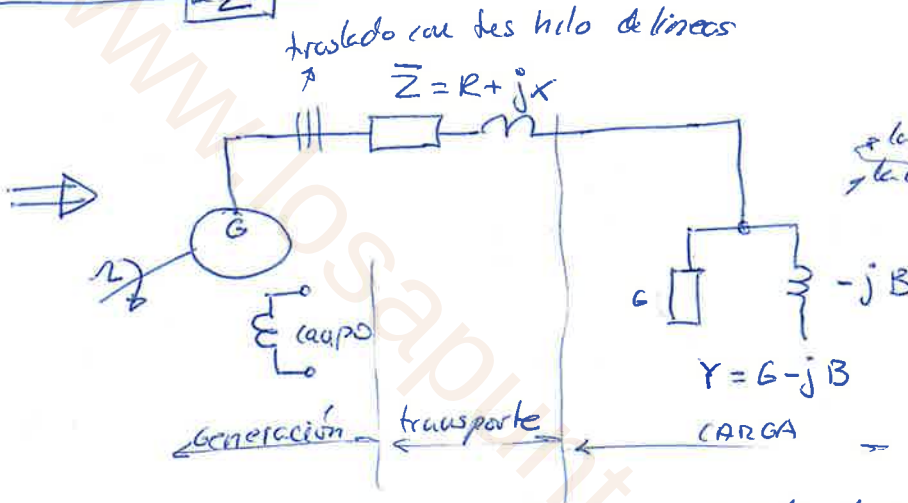
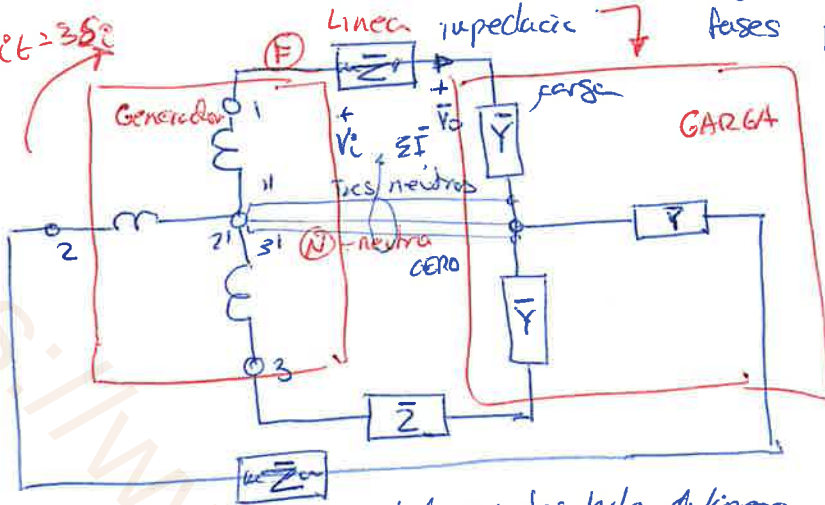
↑ potencia aparente.

$$S_{\phi} = 350$$

$$S_{\phi} = 350$$

los corriente es la misma en todas las fases pero desfasado 120°

la corriente del neutro vale cero.



→ la distribución de las redes la carga de son paralelos (en la realidad)

lo que ocurre en una fase es lo mismo para las demás fase pero desfasado 120° una de otra.

FASE DE LA PRIMERA MAQUINA Y NEUTRO

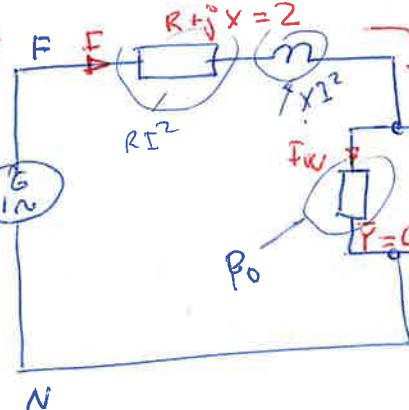
1/3 potencia de entrada aparente.

$$S_{\phi} = P_{\phi} + jQ_{\phi}$$

→ potencia de salida

$S_{\phi} = P_{\phi} + jQ_{\phi} \Rightarrow \frac{1}{3}$ de la potencia aparente de la salida (ya que es una línea)

tensión simple a la entrada V_{ϕ}

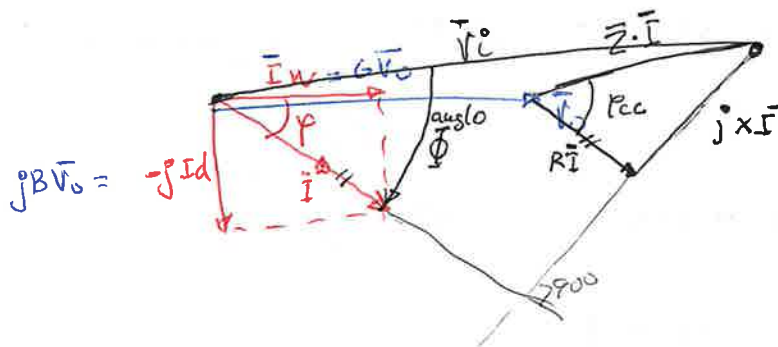


$$I_{\phi} = Q_{\phi}$$

V_{ϕ} = tensión simple a la salida

S_{ϕ} = current wattch
 I_{ϕ} = ... devolved.

$$p = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{B}{G}$$



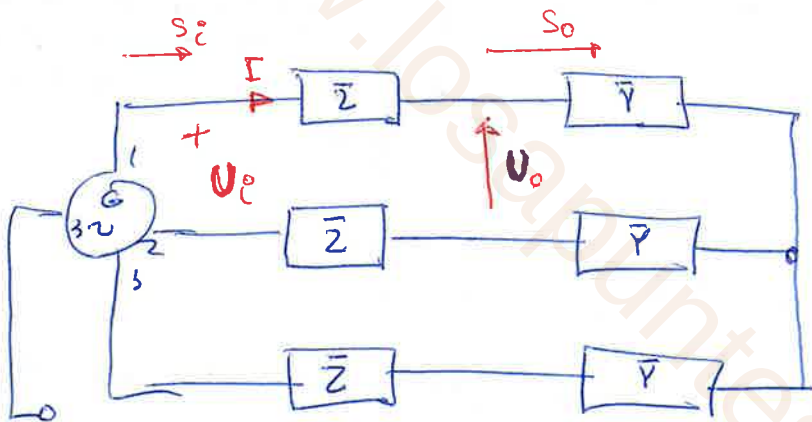
$$\bar{S}_0 = P_0 + jQ_0 = \left[I_W^2 \frac{1}{G} \right] + j \left[I_d^2 \frac{1}{B} \right] = \left[(GV_0)^2 \frac{1}{G} \right] + j \left[(B\phi V_0)^2 \frac{1}{B} \right] =$$

$$= (V_0^2 G) + j (V_0^2 B) = S \cos \varphi + j S \sin \varphi$$

$$P_i = P_0 + R I^2$$
 de la resistencia.

$$Q_i = Q_0 + X I^2$$
 de la bobina
 potencia reactiva de entrada es igual a la potencia reactiva de salida

Ejemplo



$$\bar{Z} = 3 + j4 \Omega$$

potencia de salida

$$V_0 = 50 \text{ KV}$$

$$P_0 = 1000 \text{ KW}$$

$$\text{factor de potencia} \cos \varphi = 0.8 \text{ inductivo}$$

Determinar la V_c en la entrada y la potencia activa en la entrada P_i

$$V_0 = \frac{V_0}{\sqrt{3}} = \frac{50000}{\sqrt{3}} = 28867.51 \text{ V}$$

$$I = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_0 \cos \varphi} = \frac{1000 \text{ KW}}{\sqrt{3} 50 \text{ KV} \cdot 0.8} = 14.43 \text{ A}$$

$$\bar{V}_0 = V_0 \angle 0^\circ = 28867.51 \angle 0^\circ$$

es negativo al ser inductivo.

$$\bar{I} = I \angle \varphi = 14.43 \angle -36.87^\circ \quad \arccos 0.8 = -36.87^\circ$$

$$\bar{Z} = 3 + j4 = 5 \angle 53.13^\circ$$

$$\bar{V}_c = 2 \bar{V}_0 + \bar{Z} \bar{I} = 28867.51 \angle 0^\circ + 5 \angle 53.13^\circ \cdot 14.43 \angle -36.87^\circ =$$

$$72.15 \angle 6.26^\circ \text{ forma binómica.}$$

$$28936.77 + j20.20 = 28936.78 \angle 0.04^\circ$$

$$69.26 + j20.20$$

$$V_c = \sqrt{3} V_0 = \sqrt{3} 28936.78 = 50120 \text{ V}$$

según la gráfica de arriba

Potencia

activa de $P_i = P_o + RI^2$

de entrada $\left[P_i = 1000 \text{ kW} + (3) (14'43)^2 \cdot 10^3 = 333'96 \text{ kW} \right]$

trifásica $\rightarrow$ se divide entre 3 porq estimes calculando en ~~una~~ fase.

$$P_{it} = 3 P_i = 1001'87 \text{ kW}$$

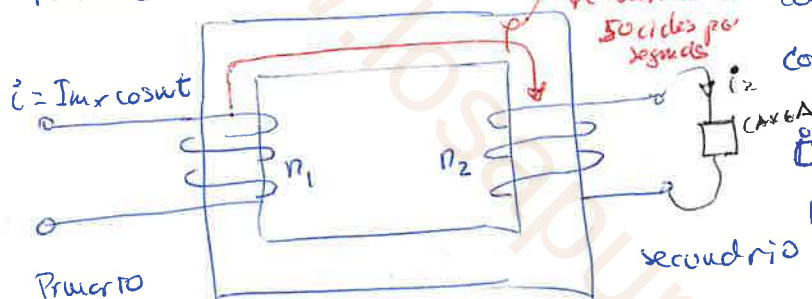
potencia activa $\nearrow$

trifásica
total.

Tercia para poder resolver los problemas

Fuerza electromotriz de transformación transformadores.

$W = 2\pi f = 100 \pi$ TRANSFORMADOR
 $f = 50 \text{ Hz}$



Sobre un nucleo ferromagnetico colocas un devanado y circula una corriente $I = I_m \cos wt$

$$E = I \sqrt{2} \cos wt = I_m \cos wt$$

$$B = \mu H = \mu \frac{I n_1}{l} = \mu \frac{n_1}{l} I_m \cos wt =$$

$$= B_m \cos wt$$

$$B_m = \mu \frac{n_1 I_m}{l}$$

flujo variable
 $\phi = BS$

$$e = -n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$e = -n_2 \frac{d}{dt} S B_m \cos wt$$

$$e = n_2 B_m \omega S \sin wt$$

$$E_m = n_2 B_m \omega S$$

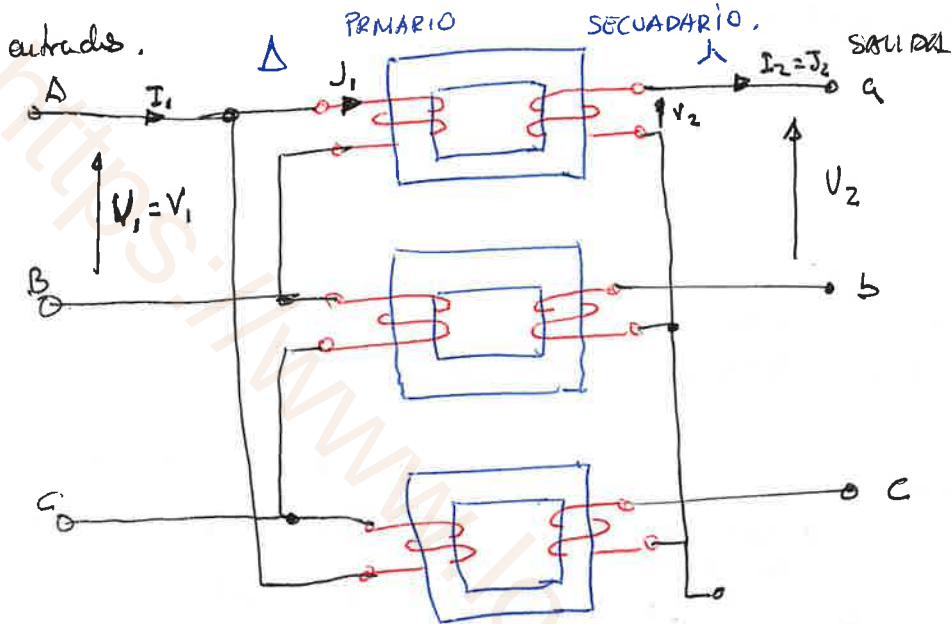
$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} n_2 B_m S f$$

$$E = 4'44 n_2 \phi_m f$$

TRANSFORMACION TRIFASICA

es aquella que va ha transformar un sist. equilibrado de tensiones en otro sistema equilibrado de tensiones.

BANCO TRIFASICO DE TRANSFORMACION: este son los tres fases y puedo hacer la conexión que desee.



relación de n° de espiras.
 $K = \frac{n_1}{n_2}$
 las dos fases son iguales pero desfasadas

CAPITULO 7. ejercicio 105. PARKER

calcular las componentes activa y reactiva de la corriente en conexión Δ

$$\cos \phi = 0.8 = \cos \phi_{\text{inductiva (sin adelanto)}}$$

$V = 10000 \text{ V}$ (valor de tensión compuesta si no dice nada)

$$P_3 = 5000 \text{ kW}$$

$$\star \cos \phi = 0.9 = \cos \phi'$$

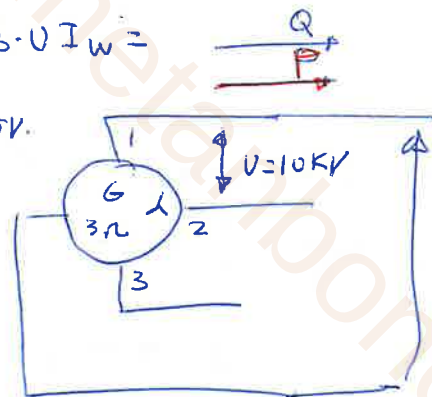
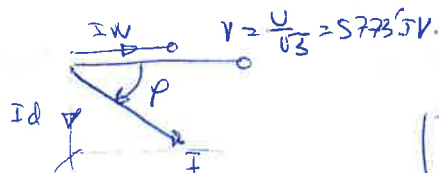
$$I_w \neq I_d ?$$

$$I_w = I \cos \phi$$

$$U = 10 \text{ kV}$$

$$P = 5 \text{ MW}$$

$$P = \sqrt{3} U I \cos \phi = \sqrt{3} \cdot U I_w =$$



corriente wickels $\rightarrow I_w = \frac{P}{\sqrt{3} U} = \frac{5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10^4} = 288.68 \text{ A}$

$$\cos \phi = 0.8$$

$$\sin \phi = 0.6$$

$$\tan \phi = 0.75$$

$$Q = \sqrt{3} U I \sin \phi$$

$$\tan \phi = 0.75 = \frac{I_d}{I_w}$$

$$I_d = (0.75) / 288.68 = 216.51 \text{ A}$$

corriente de volt.

la corriente total $I = I_w - j I_d = \sqrt{I_w^2 + I_d^2} = \sqrt{288.68^2 + 216.51^2} = 360.85 \text{ A}$

$$I' = I$$

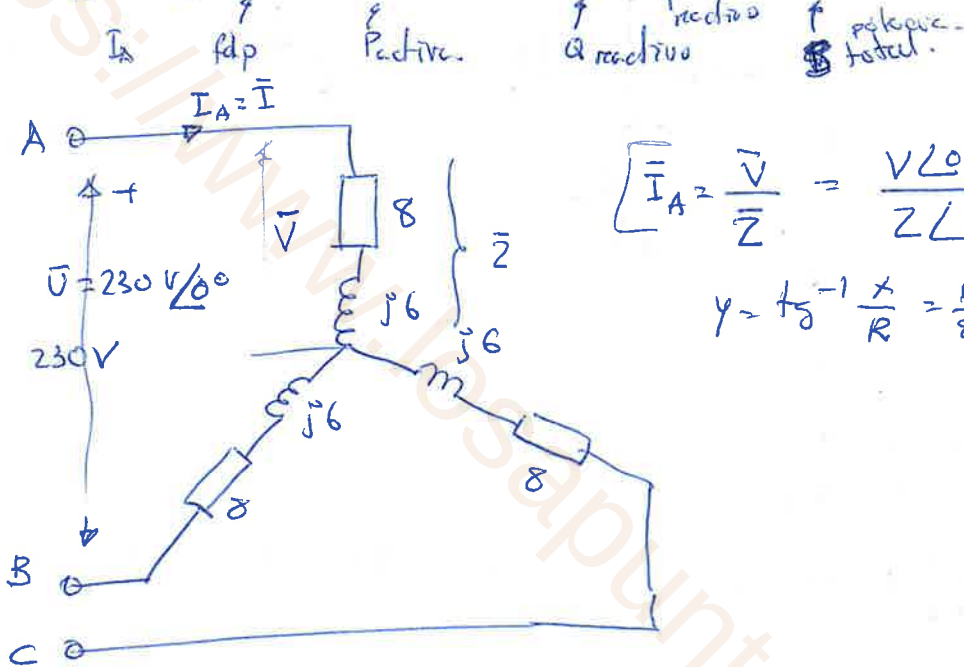
$$P' = \sqrt{3} U I' \cos \varphi' = \sqrt{3} (10000) (36085) (0.7) = 562506 \text{ kW}$$

7. 106 PARKER.

Una carga equilibrada conectada en Δ con valor $\bar{Z} = 8 + j6 (\Omega)$
 $U = 230 \text{ V}$

hallar $\bar{I}$ (corriente de fase), la potencia

$$I [13.3 \text{ A}, 0.8, 4250 \text{ W}, 3180 \text{ VAR}, 5280 \text{ VA}]?$$



$$\bar{I}_A = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{230}{10 \angle 36.87^\circ} = 13.28 \angle -36.87^\circ$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \frac{6}{8} = 0.75$$

$$\cos \varphi = \cos (-36.87^\circ) = 0.8$$

$$P = \sqrt{3} U I \cos \varphi = \sqrt{3} (230) (13.28) (0.8) = 4232 \text{ W}$$

$$\bar{S} = 3 \bar{V} \bar{I}^* = P + jQ$$

$$Q = \sqrt{3} U I \sin \varphi = \sqrt{3} (230) (13.28) (0.6) = 3174.23 \text{ VAR}$$

$$\sin \varphi = 0.6$$

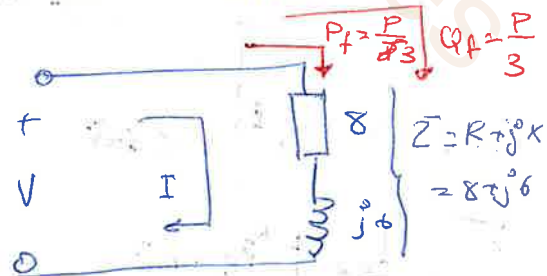
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 5290.14 \text{ VA}$$

potencia total.

$$S_f = \frac{S}{3} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{3}$$

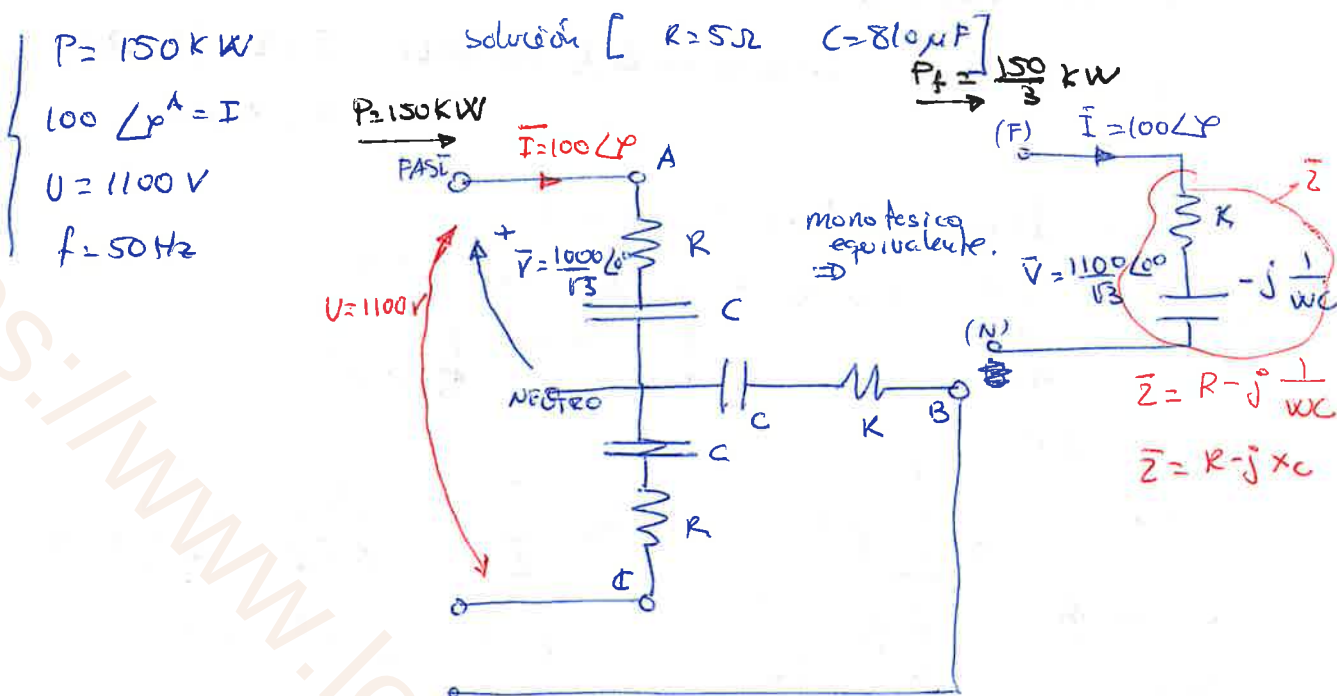
$$S_f = \frac{S}{3} = \frac{5290.14}{3}$$

monofaseo equivalente del circuito. anterior



PROBLEMA

PARKER 7.107. Una carga trifásica equilibrada conect. en Δ de 150 kW tiene un cos ϕ de adelanto de $100 \angle \phi^A = I$ con una tensión de fase $U = 1100 \text{ V}$ $f = 50 \text{ Hz}$. Hallar la cte del circuito de carga por fase, los dec de R y X_C



Forma para hallar el $\cos \phi$

$J = I \cos \phi$

$P_f = V \bar{I} \cos \phi = V \cdot I \cos \phi$

$\frac{150 \cdot 10^3}{3} = \frac{1100}{\sqrt{3}} (100) \cos \phi \Rightarrow \cos \phi = 0.79 \quad \underline{\underline{\phi = 0.79}}$

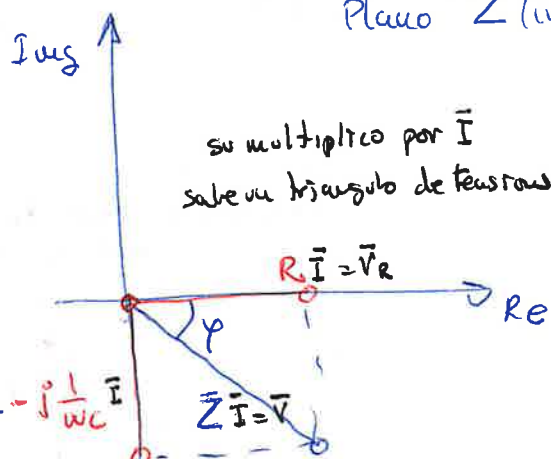
Otra forma para hallar el $\cos \phi$

$P = \sqrt{3} U I \cos \phi$

$150 \cdot 10^3 = \sqrt{3} (1100) (100) \cos \phi \Rightarrow \cos \phi = 0.79$

Marco Representación gráfica de los elementos. R y C .

Plano Z (impedancia).



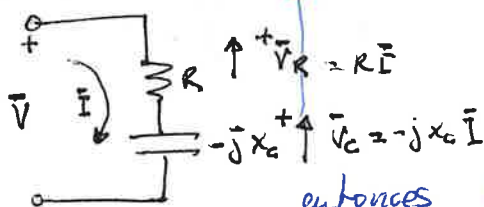
$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 0^\circ}{I \angle \phi} = \frac{V}{I} \angle -\phi = Z \angle -\phi =$

$Z \cos \phi - j Z \sin \phi = R - j X_C$

$\bar{Z} = \frac{\frac{1100}{\sqrt{3}}}{100} \angle -\phi = \frac{1100}{\sqrt{3} \cdot 100} \angle -38.07^\circ =$

$\bar{Z} = 6.35 \angle -38.07^\circ$ lo pasé a forma binómica

$\bar{Z} = \frac{R}{\sqrt{2}} - j \frac{X_C}{\sqrt{2}} (\Omega)$



entonces $R = 5 \Omega$

$X_C = 3.92 \Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$

$3.92 = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot C}$

$C = 812.82 \mu\text{F}$

Problema de conmutado $\lambda-\Delta$

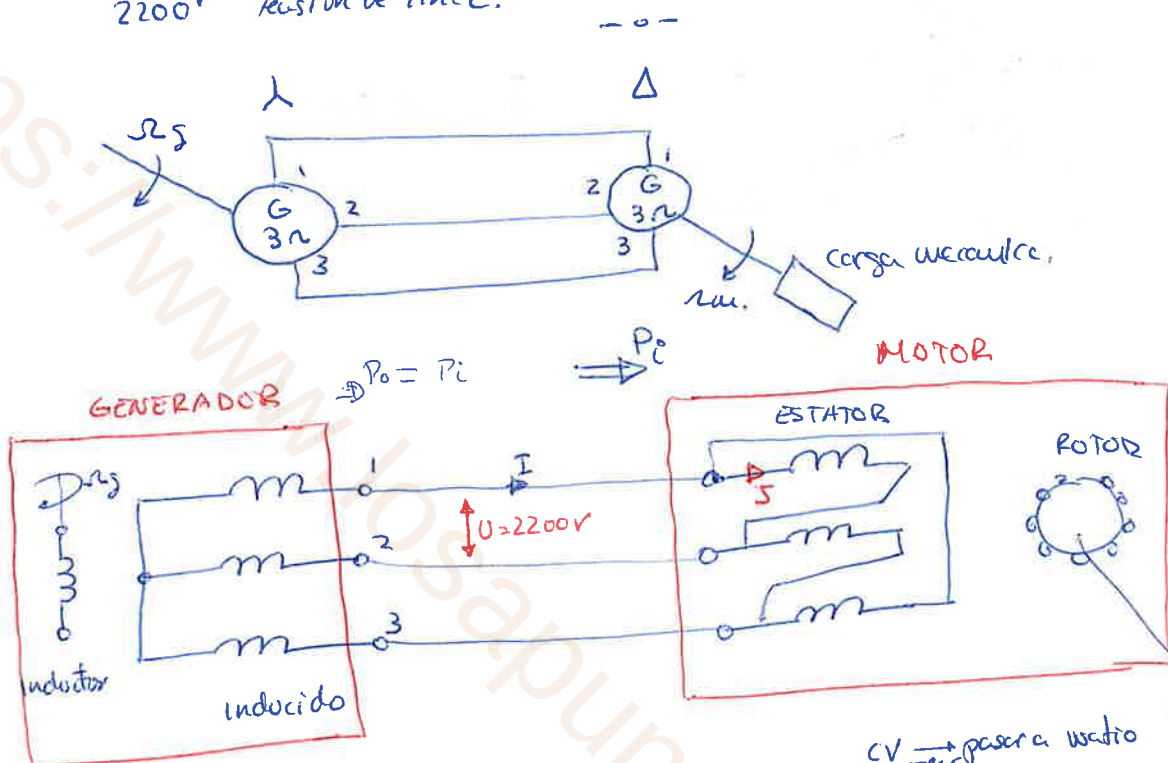
Parker 7.142.

Un alternador trifásico conectado en λ

λ Generador
 Δ motor $- 2000 \text{ CV}$ $\text{fdp} = 0.85$ $\eta = 0.93$
 2200 V tensión de línea.

a) Solución $[426 \text{ A}, 421 \text{ A}, 262 \text{ A}]$

b) $[286 \text{ A}, 283 \text{ A}, 151 \text{ A}]$



$\text{CV} \rightarrow \text{pasara a watios}$
 746
 $P_{\text{ex}} = 2000 \text{ CV} = (2000)(746) \text{ W} = 1492 \text{ KW}$

$P_i = \frac{P_{\text{ex}}}{\eta} = \frac{1492 \text{ KW}}{0.93} = 1604.30 \text{ KW}$

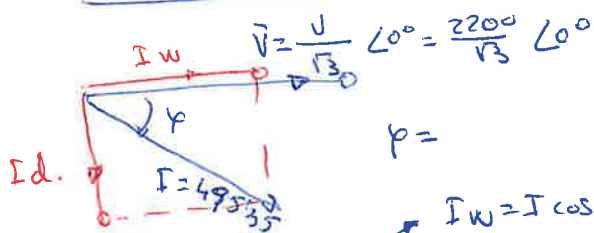
potencia
 absorbida

$P_i = \sqrt{3} U I \cos \varphi = \sqrt{3} (2200) I (0.85)$

$I = 495.32 \text{ A}$

corriente
 absorbida
 por el motor.

Diagrama vectorial



$\varphi = \cos^{-1} 0.85 = 31.78^\circ$
 $\text{sen } 31.78 = 0.53$

$I_W = I \cos \varphi = (495.32)(0.85) = 421.02 \text{ A}$

$I_W = 421.02 \text{ A}$
 $I_d = 260.93 \text{ A}$

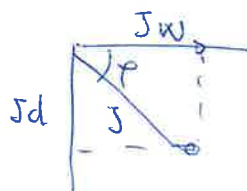
$I_d = I \sin \varphi = (495.32)(0.53) = 260.93 \text{ A}$

corriente
 absorbida en el
 generador

corriente
 absorbida en el
 generador

Si $I = 495.32 \text{ A} \Rightarrow$ la I al motor $\left[I = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{495.32}{\sqrt{3}} = 285.97 \text{ A} \right]$

al motor $\bar{V} = V \angle 0^\circ = 2200 \angle 0^\circ$

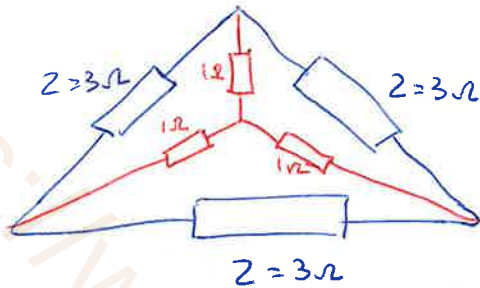


$$I_w = I \cos \varphi = (285'97) (0'85) = 243'08 A$$

$$I_d = I \sin \varphi = (285'97) (0'53) = 151 A$$

la corriente del motor Δ

conexión estrella triángulo



$$\bar{Z}_L = \frac{1}{3} \bar{Z}_\Delta$$

PROBLEMA.

CIRCUITO PARALELO MONOFÁSICO. PARKER 7.42.

$$\bar{Z}_1 = 10 + j15 (\Omega)$$

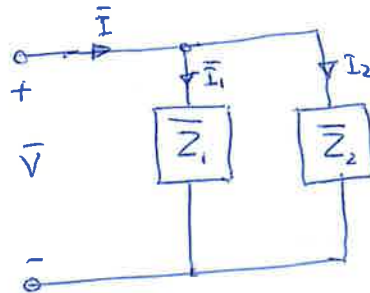
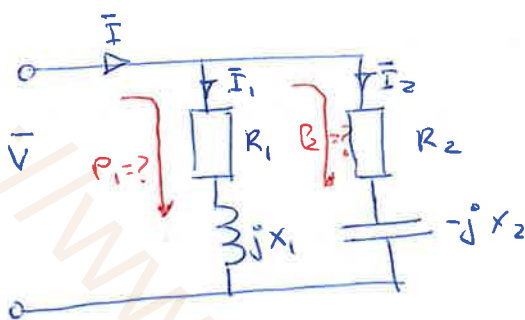
¿cuál es la potencia absorbida por cada rama?

$$\bar{Z}_2 = 6 - j8 (\Omega)$$

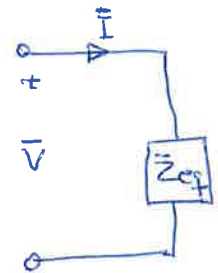
Solución [737w 1430w]

$$I = 15A$$

modelo de circuito



$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} \\ \bar{I}_2 &= \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} \\ \bar{I} &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \bar{I} &= \left[\frac{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2} \right] \bar{V} \\ \bar{I} &= \bar{V} \frac{1}{\frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{eq}} \end{aligned} \right. \Rightarrow$$



como $\bar{V} = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 = \bar{I}_2 \bar{Z}_2 = \bar{I} \bar{Z}_{eq}$ (vect.)
 $V = I_1 Z_1 = I_2 Z_2 = I Z_{eq}$ (modular)

$$\begin{cases} \bar{Z}_1 = 10 + j15 = 18.03 \angle 56.31^\circ \\ \bar{Z}_2 = 6 - j8 = 10 \angle -53.13^\circ \\ \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 = 180.3 \angle 3.18^\circ \end{cases}$$

valor modular $I_1 = I \frac{Z_{eq}}{Z_1}$

$$I_2 = I \frac{Z_{eq}}{Z_2}$$

$$\boxed{Z_{eq} = \frac{180.3 \angle 3.18^\circ}{(6 + j7) \angle 49.1^\circ} = 10.33 \angle -20.45^\circ}$$

Sabiendo I , Z_{eq} , Z_1 y Z_2 podemos calcular I_1 y I_2

$$\boxed{\bar{I}_1 = I \frac{Z_{eq}}{Z_1} = 15 \cdot \frac{10.33}{18.03} = 8.59A}$$

la potencia activa se está disipando seria $P_1 = R_1 I_1^2 = (10)(8.59)^2 = 737$

$$\boxed{\bar{I}_2 = I \frac{Z_{eq}}{Z_2} = 15 \cdot \frac{10.33}{10} = 15.5A}$$

$$* \boxed{P_1 = 737.88W}$$

$$\boxed{P_2 = R_2 (I_2)^2 = (6)(15.5)^2 = 1441.50W} *$$

Problema Parker 7.48. Circuito paralelo.

$$\text{RAMA 1} \left\{ \begin{array}{l} R_1 = 20 \Omega \\ L = 0.07 \text{ H} \end{array} \right.$$

¿Calcular la corriente de alimentación y la

solución [7.05 A 0.907 inductivo

$$\text{RAMA 2} \left\{ \begin{array}{l} C = 60 \mu\text{F} \\ R_2 = 50 \Omega \end{array} \right.$$

50 Hz 200 V

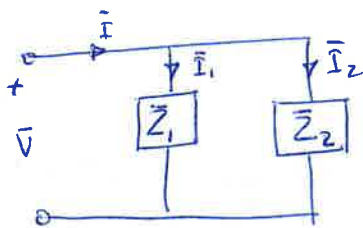
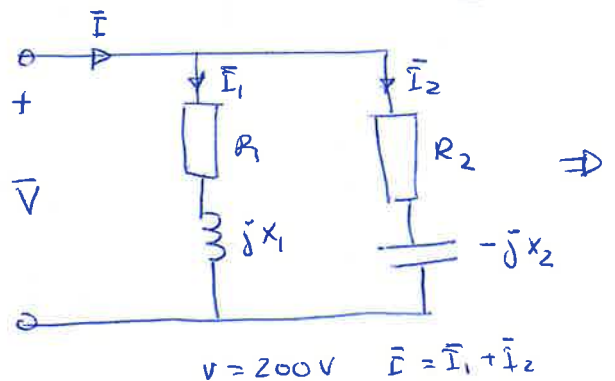
$$\text{RAMA 1: } X_1 = 2\pi f L = (2\pi 50)(0.07) = 22 \Omega$$

$$\text{RAMA 2: } Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{10^6}{2\pi 50 \cdot 60} = 53.05 \Omega$$

reactancia capacitiva

para cualquier tipo de señales

y para régimen senoidal.



$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 &= 20 + j22 (\Omega) \\ \bar{Z}_2 &= 50 - j53.05 (\Omega) \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \end{array} \right.$$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \bar{V} \frac{1}{\bar{Z}_1} + \bar{V} \frac{1}{\bar{Z}_2} \Rightarrow \bar{I} = \bar{V} \bar{Y}_1 + \bar{V} \bar{Y}_2 \quad \bar{I} = \bar{V} [\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2]$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \bar{V} \bar{Y}$$

$$\bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2$$

① solución

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} = \frac{V \angle 0^\circ}{R_1 + jX_1} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z_1 \angle \varphi_1} = I_1 \angle -\varphi_1$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} = \frac{V \angle 0^\circ}{R_2 - jX_2} = \frac{V \angle 0^\circ}{Z_2 \angle \varphi_2} = I_2 \angle -\varphi_2$$

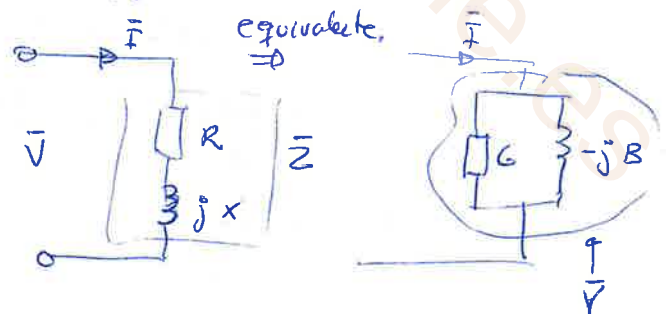
$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = I \angle \varphi$$

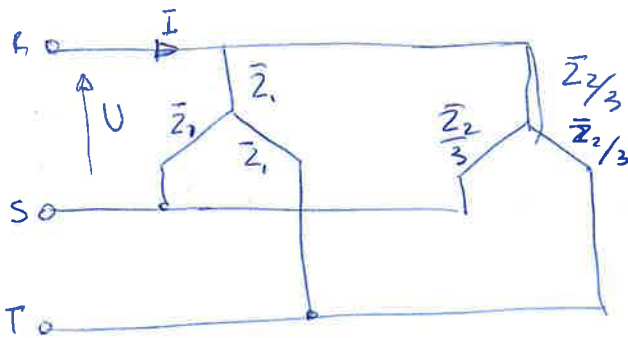
otra forma de hacerlo.

$$\bar{Y}_k = \frac{1}{\bar{Z}_k} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = G - jB$$

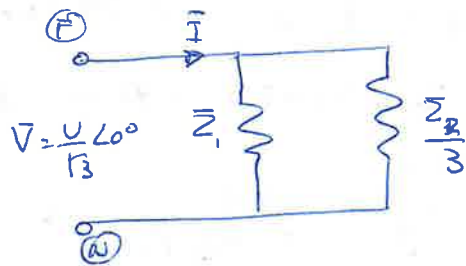
$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$



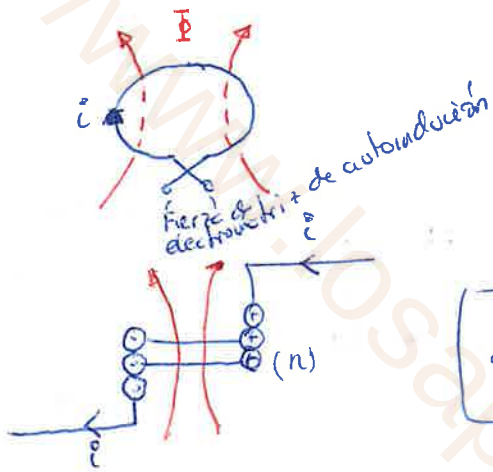


$$S_p = \bar{V} \bar{I}^* \Rightarrow \bar{S} = 3 S_p$$



COEF. DE AUTOINDUCCIÓN

Considera una espira solenóide en el vacío y recorrida por la corriente, si la corriente es variable el flujo es variable, es decir $\phi \propto i$. La cte de proporcionalidad es L



$$L = \frac{n\phi}{i}$$

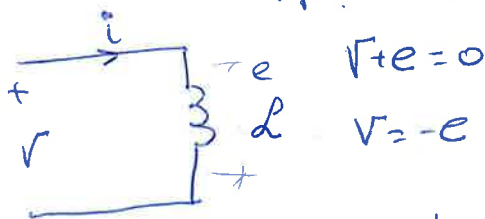
coef. de autoinducción.

$$e = -n \frac{d\phi}{dt} \quad e = - \frac{d}{dt} n\phi = \boxed{e = - \frac{d}{dt} Li} \quad \text{expresión general.}$$

pero si $L = cte \Rightarrow \boxed{e = - L \frac{di}{dt}}$

$$V = V_{max} \sin \omega t$$

Apl. L.V.K.



$$V + e = 0$$

$$V = -e$$

-e fuerza contraelectromotriz es cuando la e aparece de signo cambiado

$$-e = L \frac{di}{dt} \quad \text{f.c.e.m.}$$

La diferencia de potencial en la bobina es: $V = L \frac{di}{dt}$ $L = \frac{V}{di/dt}$ la unidad de abtinducción es el henrio.

Depende de la geometría y de permeabilidad del medio.

$$\bar{Z}_1 = 20 + j22 \, \Omega = 29.73 \angle 47.73^\circ$$

$$\bar{Z}_2 = 50 - j58.05 \, \Omega = 72.90 \angle -46.70^\circ$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} = \frac{200 \angle 0^\circ}{29.73 \angle 47.73^\circ} = 6.73 \angle -47.73^\circ = 4.52 - j4.98$$

$$R = 6.73 \cdot \cos 47.73^\circ = 4.52$$

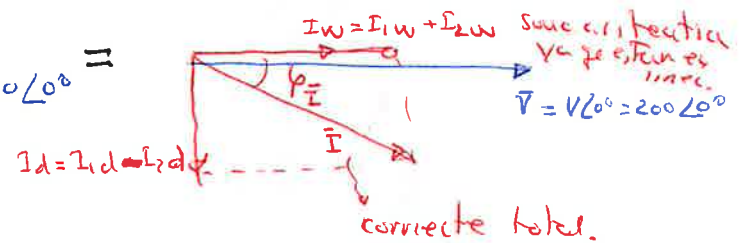
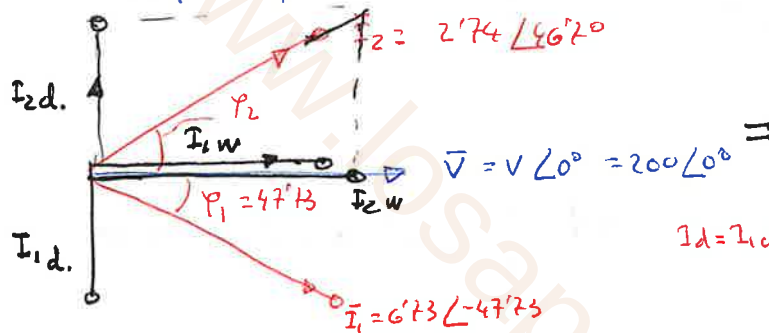
$$X = 6.73 \cdot \sin 47.73^\circ = 4.98$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} = \frac{200 \angle 0^\circ}{72.90 \angle -46.70^\circ} = 2.74 \angle 46.7^\circ = 1.88 + j2.00$$

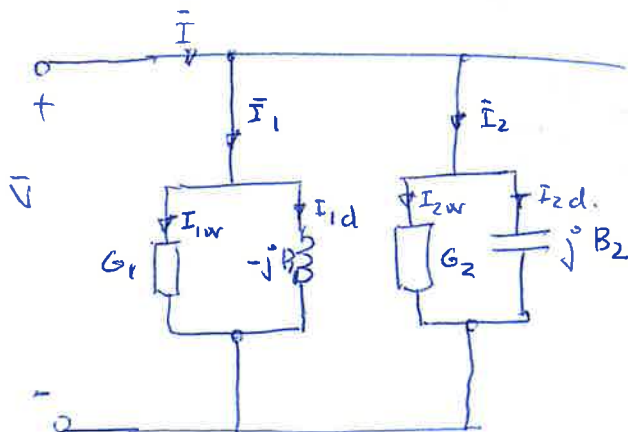
$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 6.40 - j2.98 = 7.06 \angle -24.97^\circ$$

$$I = 7.06 \text{ A}$$

$$\cos \phi = \text{fdp} = 0.907$$

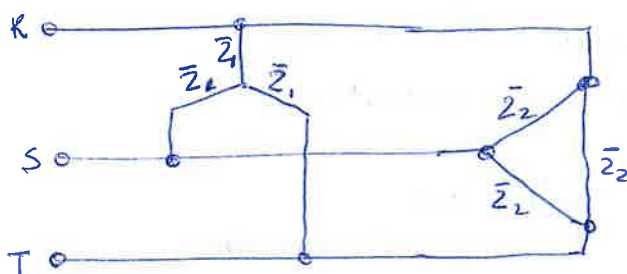


el circuito serie al pasarlo a paralelo por.

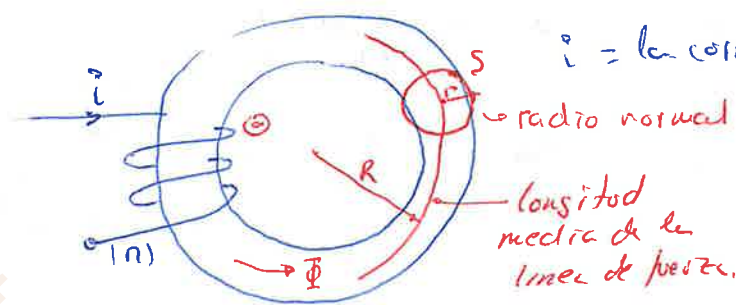


la suma de las corrientes variadas y la suma de las corrientes derivadas es igual a la corriente $\bar{I}$

Hacer Parker 7.139. La carga triángulo pasarla a la carga estrella.



Suponemos una bobina toroidal:



i = la corriente variable de la bobina o continua.

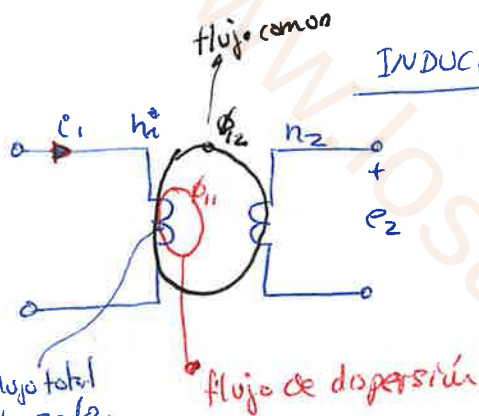
$$\mathcal{L} = \frac{n\Phi}{i} = \frac{nBS}{i} = \frac{\pi \mu_0 \mu_r H S}{i}$$

sustituyendo

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \frac{\pi^2 \mu_0 \mu_r S}{2\pi R} = \frac{\pi^2 \mu_0 \mu_r (nr^2)}{2\pi R}$$

excitación

INDUCCIÓN MUTUA



considero dos devanados.

cuando una fracción del flujo lanzado por el primer devanado es alcanzado o cortado por el segundo devanado.

flujo total lanzado.
 $\phi_1 = \phi_{12} + \phi_{11}$

$$\Rightarrow e_2 = -n_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

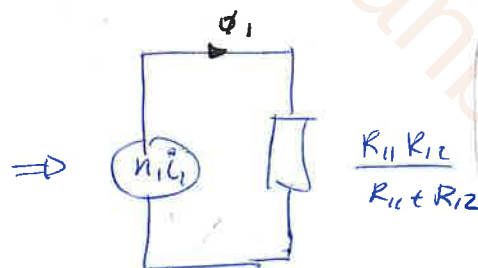
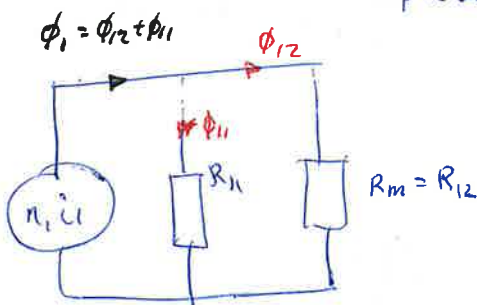
$$\phi_{12} = \frac{n_1 i_1}{R_m = \text{cte.}}$$

$$e_2 = -n_2 \frac{d}{dt} \frac{n_1 i_1}{R_m}$$

$$e_2 = -\frac{n_1 n_2}{R_m} \frac{di_1}{dt}$$

Reducción magnética y es cte

un paréntesis.

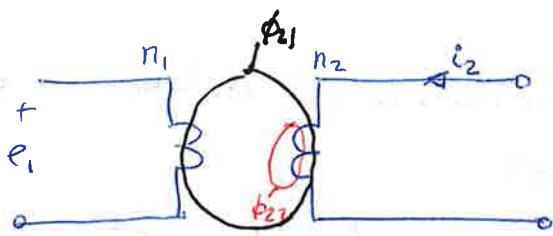


la fuerza electromotriz e_2 es proporcional a $\frac{di_1}{dt}$ $e_2 \propto \frac{di_1}{dt}$

$$e_2 = -m_{12} \frac{di_1}{dt}$$

$$m_{12} = \frac{n_1 n_2}{R_m}$$

cuando el transformador está abierto o vacío.



$$e_1 = -n_1 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

$$\phi_{21} = \frac{n_2 i_2}{R_m = \infty}$$

$$e_1 = -\frac{n_1 n_2}{R_m} \frac{di_2}{dt}$$

$$e_1 = -m_{21} \frac{di_2}{dt}$$

$$m_{21} = \frac{n_1 n_2}{R_m} \quad m_{12} = m_{21} = m$$

La unidad de coef. de inducción mutua viene medida en Henrys.

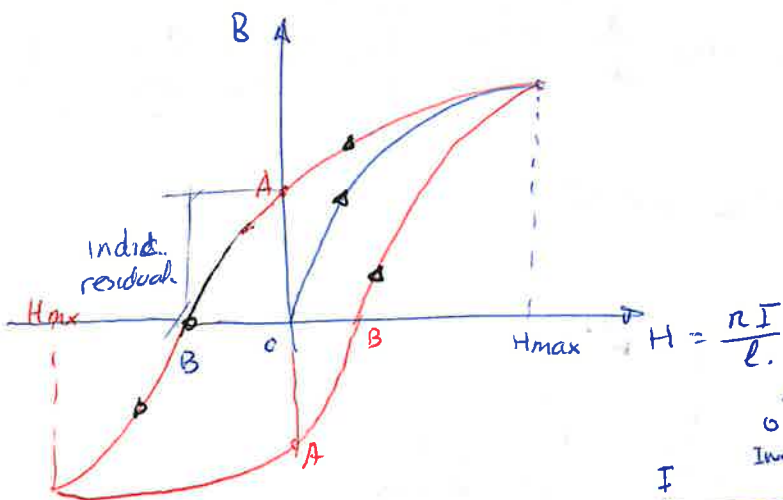
Definición: cuando una variación de corriente de 1 A x 1 s en un devanado origina en el segundo devanado una e de 1 V.

$$m = \frac{e_1}{di_2/dt} = \frac{e_2}{di_1/dt}$$

CICLO DE HISTERESIS.

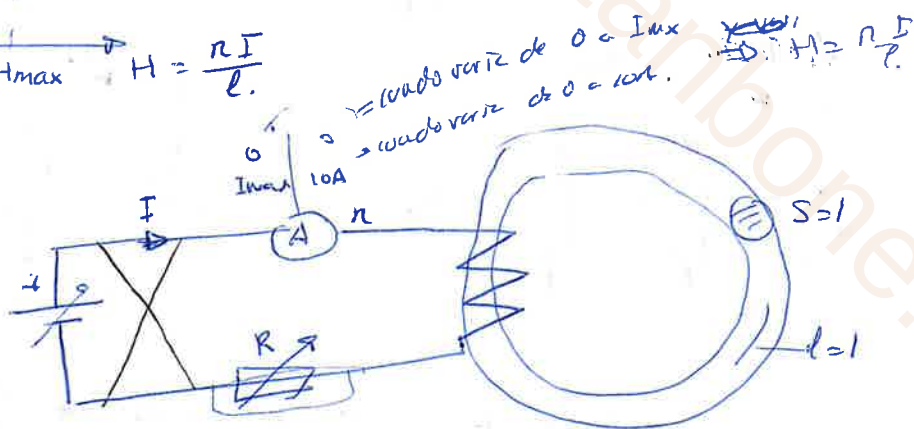
$$\mu = f(H)$$

con una corriente continua que va aumentando y disminuyendo.
es la curva de una bobina toroidal.

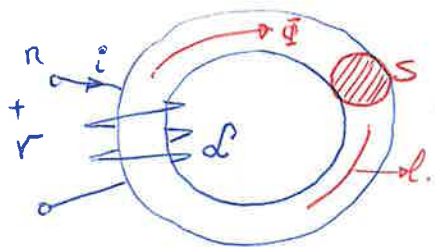


OA = es inducción residual

OB = es fuerza coercitiva.



- Una muestra de material ferromagnético sometido a un ciclo de histéresis de caliente.



La bobina presenta una Resistencia eléctrica y de la coef. de autoinducción.

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} = Re + n \frac{d\phi}{dt}$$

multiplicando los dos miembros de $i dt$:

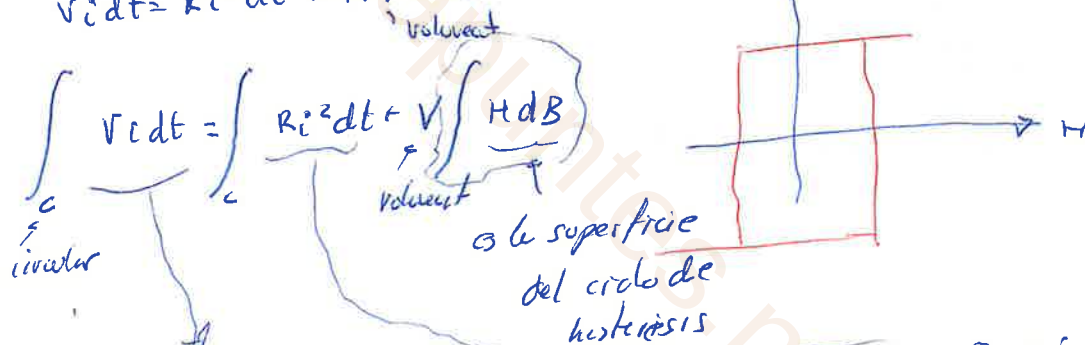
$$V i dt = R i^2 dt + n d\phi i$$

$$V i dt = R i^2 dt + n dBS i = R i^2 dt + n i dBS$$

$i = cte$ la necesidad para producir un ciclo de histéresis.

$$V i dt = R i^2 dt + H l dBS \quad (S = V / \mu_0 \mu_r)$$

$$V i dt = R i^2 dt + H V dB$$



Energía eléctrica absorbida = energía perdida Joule + Energía calentamiento núcleo.

PERDIDAS POR EFECTOS DE CORRIENTES DE FOUCAULT.

$$P_h = \text{perdidas por histéresis} = K_h V f B_{mx}^2$$

Consideramos un núcleo ferromagnético: y un devanado montado sobre el núcleo.

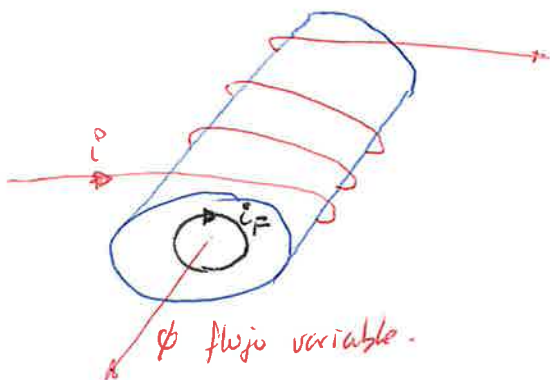
$V =$ Volumen de la muestra ferromagnética
 $f =$ frecuencia de red.

$K_h =$ cte tabulada (W/Kg)

$B_{mx} =$ inducción máx. alcanzada por el núcleo.

núcleo ferromagnético es mal conductor para la electricidad.

si ϕ es creciente. produce una corriente i_F y se llama corriente de Foucault.
(por la regla de Maxwell)



$$\phi \propto i$$

$$i = I_{mx} \sin \omega t$$

$$\phi = \phi_{mx} \sin \omega t$$

$$e_F = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} \phi_{mx} \sin \omega t$$

$$e_F = \phi_{mx} \omega \cos \omega t$$

$$i_F = \frac{e_F}{R} = \frac{\phi_{mx} \omega}{R} \cos \omega t$$

$$I_F = \frac{I_{Fmx}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \frac{\phi_{mx}}{R}$$

$$P_F = R I_F^2 = R \left[\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \right]^2 f^2 \frac{\phi_{mx}^2}{R^2}$$

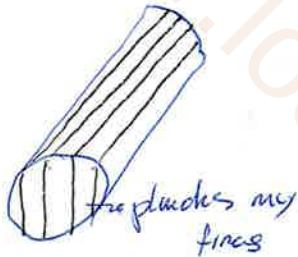
$$P_F \propto f^2 \phi_{mx}^2$$

$$P_F \propto f^2 B_{mx}^2$$

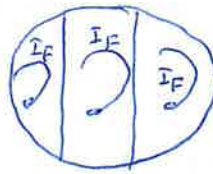
$$P_F = K_F f^2 B_{mx}^2 \cdot e^2$$

plancha.

Fracionando el núcleo ferromagnético como plancha muy fina



las planchas muy finas

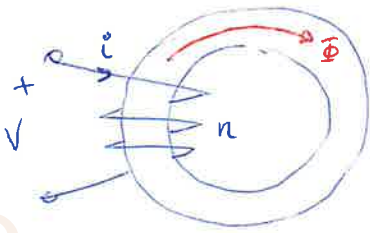


la corriente de Foucault puede aumentarse.

entre las planchas aislante electricas, no magneticas.

TRANSFORMADOR.

- bobina ideal en régimen senoidal.



bobina toroidal de n espiras, montado en un núcleo ferromagnético.

bucle de histéresis está reducido en la línea recta, es decir no tiene superficie

entonces $P_h = 0$
 pérdidas histeresi. $P_F = 0$
 pérdidas de Foucault.



intensidad que pasa por la bobina:

$$i = \frac{\sum e}{\sum R} = \frac{V + e}{R} \quad \text{fuerza electromotriz de autoinducción.}$$

$$e = -n \frac{d\phi}{dt} \quad \text{f.e.m.} \quad -e = n \frac{d\phi}{dt} = \text{f. contra electromotriz.}$$

* $V = 1$ coef. Hookins $V = -e + Ri \Rightarrow V = -e + \text{f.c.e.m.}$

lometerlo en un régimen senoidal.

→ puede tener seno o coseno.

$$V = V_{mx} \cos \omega t$$

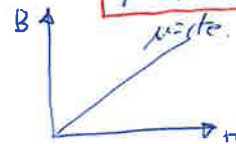
$$V = n \frac{d\phi}{dt} \quad \text{ya que } V = -e$$

sustituyendo: $V_{mx} \cos \omega t = n \frac{d\phi}{dt} \quad \phi = \frac{V_{mx}}{n} \int \cos \omega t dt$

$$\phi = \frac{V_{mx}}{n \omega} \sin \omega t$$

$$\phi = \phi_{mx} \sin \omega t$$

con 90° de adelanto sobre la f.e.m. de inducción.
 sea $\phi_{mx} = \frac{V_{mx}}{n \omega}$



$$e = -n \frac{d\phi}{dt} = -n \frac{d}{dt} \frac{n i}{R_m}$$

$$\phi = \frac{n i}{R_m} \quad R_m = \text{cte}$$

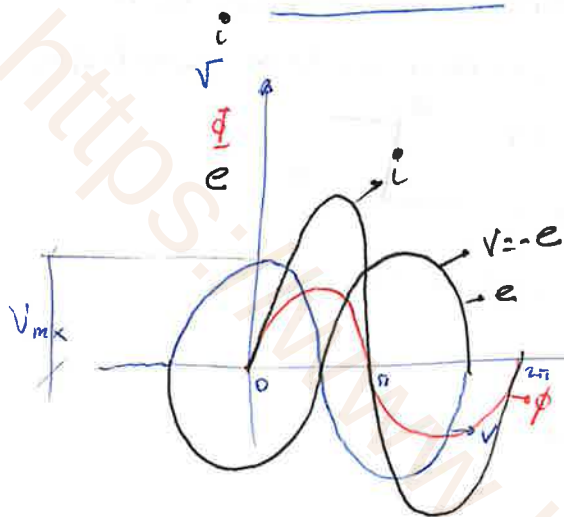
$$e = -\frac{n^2}{R_m} \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

$$L = \frac{n \phi}{i} \quad i = \frac{n \phi}{L} = \left(\frac{n}{L} \phi_{mx} \right) \sin \omega t = I_{mx} \sin \omega t \quad I_{mx} = \frac{n \phi_{mx}}{L}$$

$$e = -n \frac{d}{dt} \phi_{mx} \sin \omega t = -n \omega \phi_{mx} \cos \omega t = -n \omega \phi_{mx} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$e = n \omega \phi_{mx} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

GRÁFICAMENTE.



$$V = n \frac{d\phi}{dt}$$

$$\bar{V}_{mx} = j \omega n \bar{\phi}_{mx} \text{ dividido } \sqrt{2}$$

$$V = \frac{V_{mx}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{V} = j \omega n \frac{\bar{\phi}_{mx}}{\sqrt{2}}$$

$$e = -L \frac{di}{dt}$$

$$\bar{E} = -j \omega L \bar{I}$$

$$\bar{I} = -j \omega n \frac{\bar{\phi}_{mx}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{I} = \frac{n \phi}{L}$$

$$\bar{I}_{mx} = \frac{n \phi_{mx}}{L}$$

$$\bar{I} = \frac{n}{L} \frac{\bar{\phi}_{mx}}{\sqrt{2}}$$

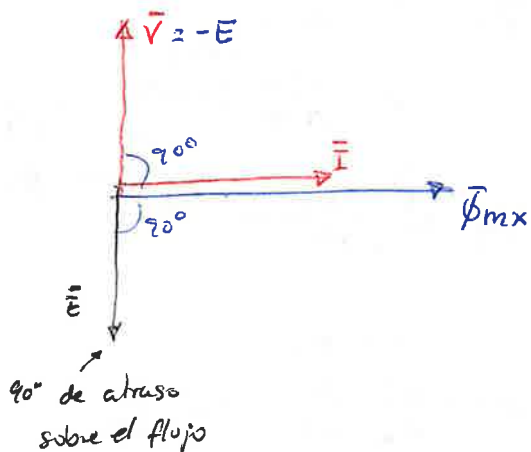
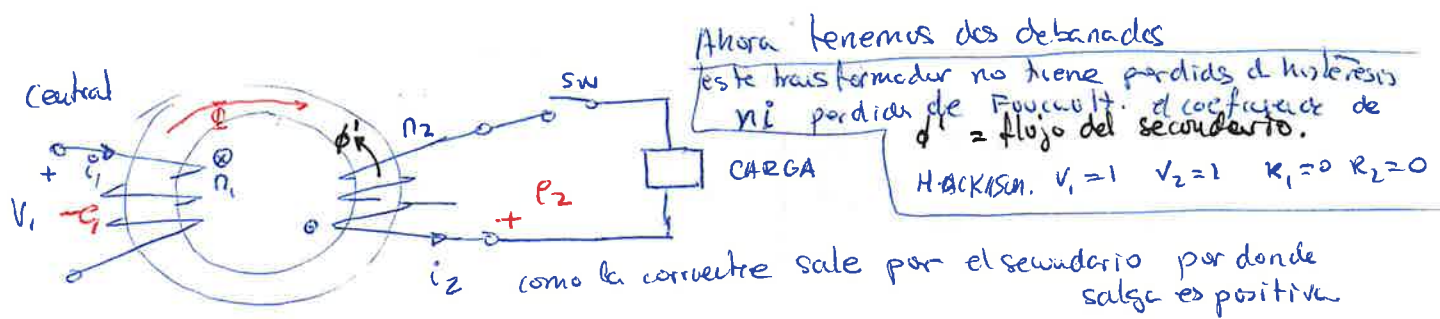


diagrama vectorial de la bobina ideal

TRANSFORMADOR. ESTÁTICO IDEAL



Vacío cuando SW=abierto

$$i_0 = I_0 \times \sin \omega t$$

corriente de vacío F.el. primaria en el vacío (multiplico por n_1)

$$n_1 i_0 = n_1 I_0 \times \sin \omega t$$

$$\phi = \frac{n_1 i_0}{R_m} = \frac{n_1 I_0 \sin \omega t}{R_m}$$

$$e_1 = -n_1 \frac{d\phi}{dt} = -n_1 \frac{d}{dt} \phi_{mx} \sin \omega t$$

$$e_1 = -n_1 \omega \phi_{mx} \cos \omega t$$

$$e_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} = -n_2 \omega \phi_{mx} \cos \omega t$$

$$E_{1mx} = n_1 \omega \phi_{mx} \quad E = \frac{E_{mx}}{\sqrt{2}} \quad \tilde{E}_1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} n_1 \phi_{mx} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} n_1 \phi_{mx}$$

$$E_{2mx} = n_2 \omega \phi_{mx} \quad \tilde{E}_2 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} n_2 \phi_{mx} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} n_2 \phi_{mx}$$

$$V = -e$$

$$V_1 = -e_1 \quad V_2 = -e_2$$

$$\text{como } V_1 = -e_1$$

$$\Rightarrow V_1 = -\frac{2\pi f}{\sqrt{2}} n_1 \phi_{mx} \quad \text{si } V_1 = \text{cte y } f = \text{cte}$$

la transformador es una maquina de flujo cte $\phi_{mx} = \text{cte}$ 1ª condición

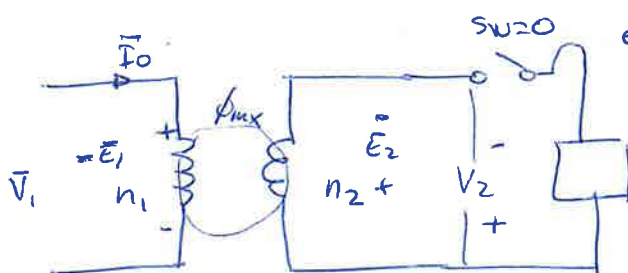
$$\tilde{E}_1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} n_1 \phi_{mx} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} n_1 \phi_{mx}$$

$$\tilde{E}_2 = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} n_2 \phi_{mx}$$

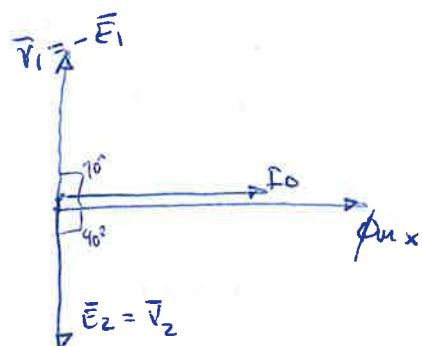
KAPPA

$$\frac{\tilde{E}_1}{\tilde{E}_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2} = K$$

relación de transformación K. 2da cond.

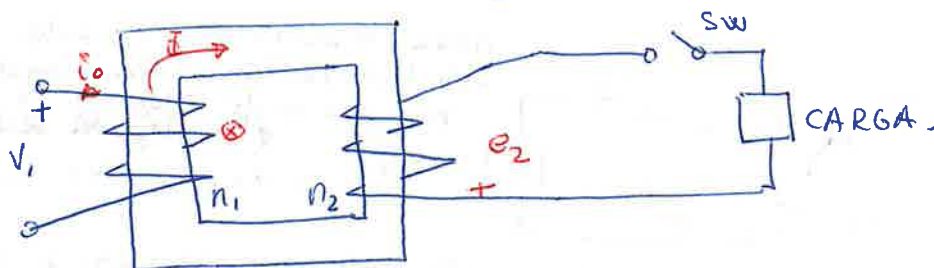


es I_0 esta trabajando en vacío



TRANSFORMADOR ESTATICO IDEAL.

son valores instantaneos cuando $SW=1$ o sea i_0 es i_1



los considero primero en vacio cuando $SW=0$ Marcha en vacio.

$$i_0 = I_{0max} \sin \omega t$$

$n_1 \cdot i_0 =$ f.m.m - fuerza magnetomotriz
primario vario

$$\phi = \frac{n_1 i_0}{R_m} \quad \text{f.m.m.} \\ \text{flujo instantaneo}$$

$$\phi = \frac{n_1}{R_m} I_{0max} \sin \omega t$$

$$\phi_{mx} = \frac{n_1}{R_m} I_{0max}$$

Primario

$$\left\{ \begin{aligned} e_1 &= -n_1 \frac{d\phi}{dt} \\ e_1 &= -n_1 \frac{d}{dt} \phi_{mx} \sin \omega t \\ e_1 &= -n_1 \phi_{mx} \omega \cos \omega t \\ e_1 &= \phi_{mx} \omega \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \right.$$

la onda e va atrasado 90° sobre el ϕ

Secundario.

$$\left\{ \begin{aligned} e_2 &= -n_2 \frac{d\phi}{dt} \\ e_2 &= -n_2 \frac{d}{dt} \phi_{mx} \sin \omega t \\ e_2 &= -n_2 \phi_{mx} \omega \cos \omega t \\ e_2 &= \phi_{mx} \omega \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \right.$$

la onda e van atrasado 90° sobre el ϕ

los valores maximos de las fuerzas electromotrices.

$$e_1 = E_{1mx} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$e_2 = E_{2mx} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$E_{1mx} = n_1 \omega \phi_{mx} \rightarrow E_1 = \frac{E_{1mx}}{\sqrt{2}} = \frac{n_1 \omega \phi_{mx}}{\sqrt{2}}$$

$$E_{2mx} = n_2 \omega \phi_{mx} \rightarrow E_2 = \frac{E_{2mx}}{\sqrt{2}} = \frac{n_2 \omega \phi_{mx}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} = k = \text{relacion del transformador}$$

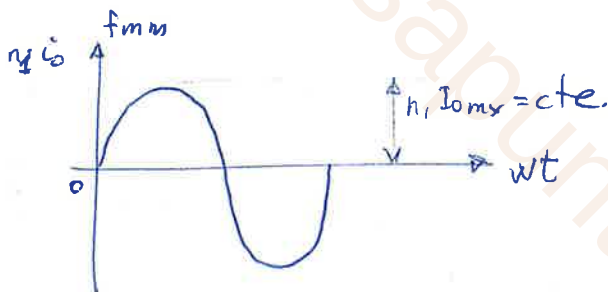
$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = -e_1 \quad \text{ec. para valores instantáneos} \quad \text{cuando } R_1 = 0 \\ V_1 = -E_1 = \frac{-n_1 w \phi_{mx}}{\sqrt{2}} \quad \text{ec. " " eficaces.} \\ w = 2\pi f \quad V_1 = \text{cte} \quad f = \text{cte} \quad n_1 = \text{cte} \quad w = \text{cte} \quad \text{entonces el } \phi_{mx} = \text{cte} \\ \text{entonces es una magnitud de } \phi = \text{cte} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} n_1 i_0 = R_m \phi \\ n_1 i_{0mx} = R_m \phi_{mx} = \text{cte} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{si } R_m = \text{cte} \text{ y } \phi_{mx} = \text{cte} \text{ el producto de } n^\circ \text{ de} \\ \text{amperios por vueltas es cte.} \end{array} \right.$$

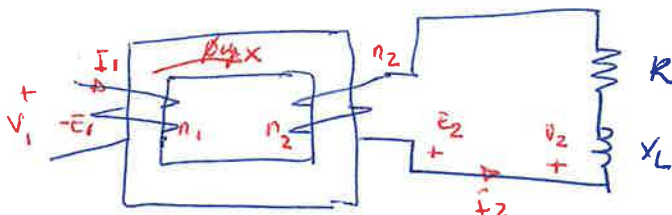
$$n_1 I_0 = R_m \frac{\phi_{mx}}{\sqrt{2}} \quad \text{modularmente.}$$

$$\boxed{n_1 \bar{I}_0 = R_m \frac{\bar{\phi}_{mx}}{\sqrt{2}}} \quad \text{vectorialmente}$$

ϕ_{mx} instantánea puede representarse en el tiempo de la siguiente manera:



Marcha en carga. Cuando el transformador tiene carga.
cuando $Sw = 1$ el interruptor está cerrado.
valores senoidales.



$$\text{como la magnitud es de flujo cte.} \quad n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = R_m \frac{\bar{\phi}_{mx}}{\sqrt{2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_0 \\ \text{suma geométrica.} \\ \text{suma vectoriales} \\ \text{suma valores eficaces} \\ \text{senoidales.} \end{array} \right.$$

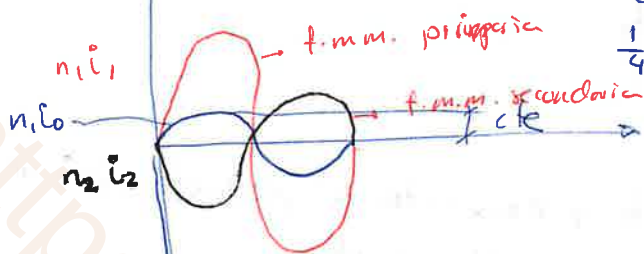
$$R_m \frac{\bar{\phi}_{mx}}{\sqrt{2}} = n_1 \bar{I}_0$$

suma algebraica
suma valores instantáneos

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_0$$

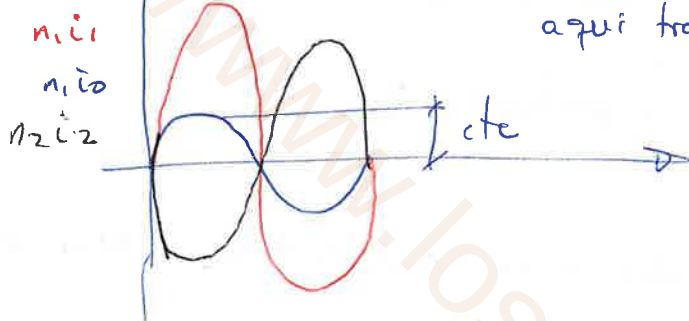


el transt. trabaja
 $\frac{1}{4}$ plena carga (P.c)

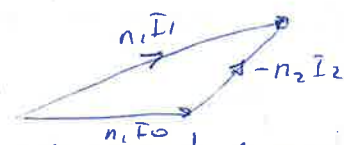
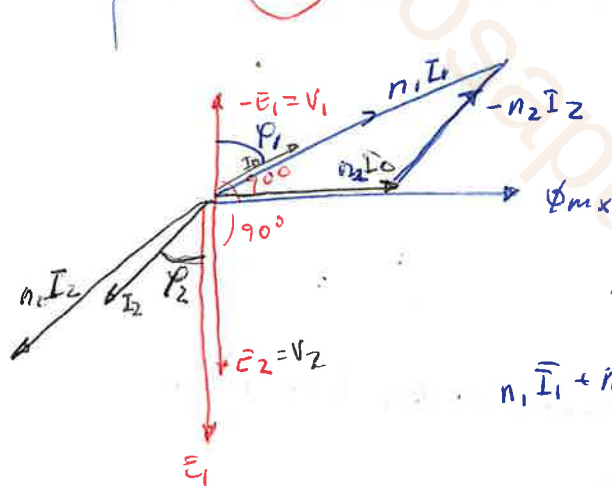


la diferencia de las dos curvas reproduce la curva del vacío.

Si aumenta $n_2 i_2$ en el secundario, aumenta en el primario
 aquí trabaja a plena carga.



cundo aumenta en el secundario aumenta el primario produciéndose la misma que en la grafica anterior. $\Rightarrow$ la diferencia de las dos curvas reproduce la curva del vacío.



el flujo y la corriente de vacío van en fase

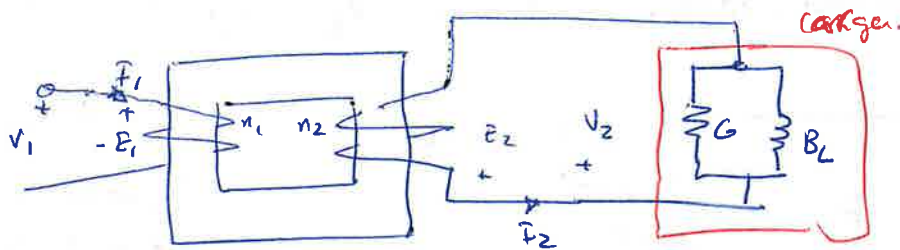
del secundario
 supongamos que la corriente está desfasada

$$n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_0$$

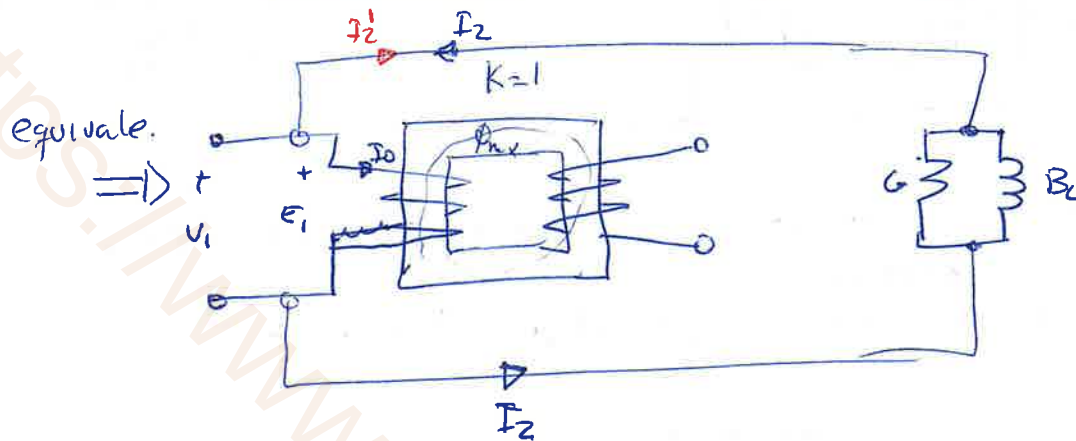
la corriente primaria I_1 debe ser de un valor que equilibre a I_2 y a las

Relación de transformación vale $K=1$ $K=1 = \frac{n_1}{n_2}$

Relación de K



como $\frac{n_1}{n_2}$ se puede poner el circuito.



$$n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_0 \quad \text{como} \quad \frac{n_1}{n_2} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \bar{I}_0$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 - \bar{I}_2 = \bar{I}_0 + \bar{I}_2' \quad \text{corriente del secundario reducida al primario}$$

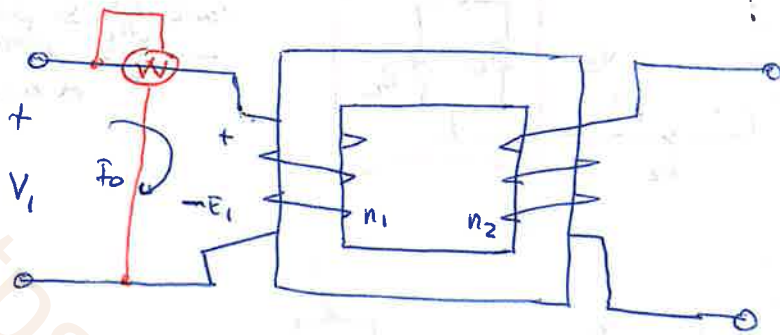
en el caso $K \neq 1$ es decir la relación de transformación $\frac{n_1}{n_2} \neq 1$

$$n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_0 \quad \text{dividiendo por } n_1 \quad \bar{I}_2' = -\frac{\bar{I}_2}{K}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 - \frac{n_2}{n_1} \bar{I}_2 = \bar{I}_0 - \frac{\bar{I}_2}{K} = \bar{I}_0 + \bar{I}_2'$$

ADMITANCIA DE EXCITACION. IMPEDANCIA DE EXCITACION

en un transf. ideal, no tiene P_h y $P_F \Rightarrow$

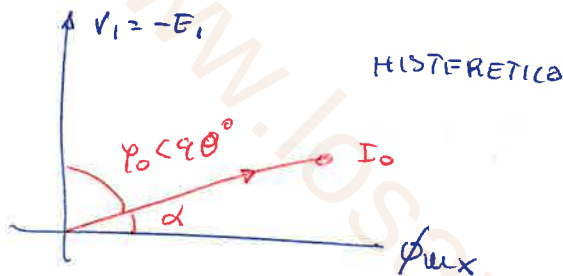


$$V_1 = -E_1$$

$$\varphi_0 = 90^\circ$$

la potencia activa es $P=0$
ya que $\varphi_0 = 90^\circ$ en el transf. ideal.
 $P = V_1 I_0 \cos \varphi_0 = 0$

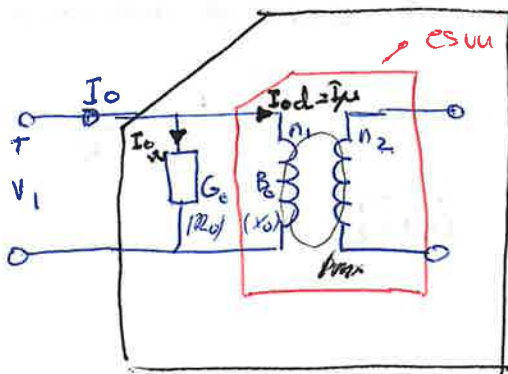
si ahora el transf. va a presentar P_h y $P_F \neq 0$,
colocamos un vatimetro,
el vatimetro va a medir la pot. activa, $P = V_1 I_0 \cos \varphi_0$ con:



si en el primario le ponemos en paralelo una conductancia G_0 (Siemens),

$$P = G_0 V_1^2$$

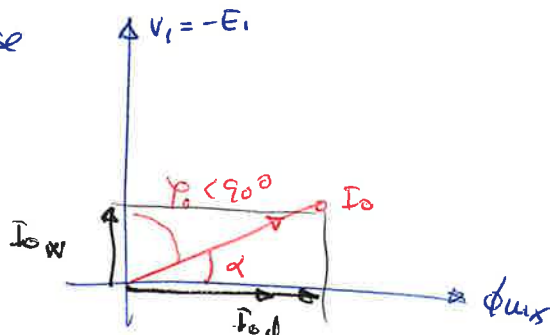
I_m = corriente magnetizante.



es un transf. ya no tiene P_h y $P_F = 0$

al calcular el G_0 el transf. tiene P_h y $P_F \neq 0$

I_{0w} es en fase
con V_1



$$I_0 = \sqrt{I_{0w}^2 + I_{0d}^2}$$

↑ ↑
I0 activa I0 reactiva

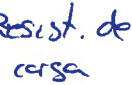
$$\bar{Y} = G_0 - jB_0$$

$$\bar{V}\bar{Y} = \bar{V}G_0 - j\bar{V}B_0$$

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{0w} - j\bar{I}_{0d}$$



$$R_0 = \frac{G_0}{G_0^2 + B_0^2} \quad X_0 = \frac{B_0}{G_0^2 + B_0^2}$$



secundrio.

y " " " común en ambos debates.

$$e_1 \quad e_2$$

R_1 - asistencia del debanado primario.

esta en un circuito no saturado.

$$-n_1 \frac{d}{dt} \frac{\theta_1 \ddot{\theta}_1}{n_1} = -I_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2}$$

二

$$e_{s1} = -l_1 \frac{di_1}{dt} \quad l_1 = \text{coef. de autoinducción}$$

$$-e_{s1} = l_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$i_1 = I_{1mx} \sin \omega t$$

caida reactiva.

$$-e_{s1} = l_1 \frac{d}{dt} I_{1mx} \sin \omega t$$

$$-e_{s1} = l_1 \omega I_{1mx} \cos \omega t$$

$$-e_{s1} = E_{s1mx} \cos \omega t$$

$$E_{s1mx} = l_1 \omega I_{1mx}$$

$$\bar{E}_{s1} = j \omega l_1 \bar{I}_{1mx} = j \omega l_1 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \bar{I}_1$$

$$\bar{E}_{s1mx} = l_1 \omega I_{1mx} \angle 90^\circ = j \omega l_1 \bar{I}_{1mx} \quad \bar{E}_{s1} = j \omega l_1 \bar{I}_1$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 + \bar{E}_1 + \bar{E}_{s1}}{R_1}$$

$$V_1 = -E_1 + R_1 I_1 + \bar{E}_{s1}$$

$$V_1 = -E_1 + R_1 I_1 + j \omega l_1 I_1$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\sum \bar{E}}{\sum Z} = \frac{\bar{V}_1 + \bar{E}_1}{R_1 + j \omega l_1}$$

en el devanado secundario.

$$\phi_{12} = \phi + \phi_{s2} = \phi \left[1 + \frac{\phi_{s2}}{\phi} \right] = \mu_2 \phi$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 e_2 e_{s2}

$$e_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$e_{s2} = -n_2 \frac{d\phi_{s2}}{dt} = -l_2 \frac{di_2}{dt} \quad -e_{s2} = +l_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$l_2 = \frac{n_2 \phi_{s2}}{i_2}$$

$$i_2 = \frac{\sum e}{\sum R} = \frac{e_2 + e_{s2}}{R_2 + R_{ch}}$$

resistencia
del devanado
secundario

$$e_2 = R_2 i_2 + R_{ch} i_2 - e_{s2}$$

$$e_2 = R_2 i_2 + \frac{R_{ch} i_2}{\sqrt{2}} + l_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = \bar{V}_2 + R_2 \bar{i}_2 + l_2 \frac{d\bar{i}_2}{dt}$$

ecuación de
secundario del
transformador

$$\bar{E}_2 = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 [R_2 + j \omega l_2] = \bar{V}_2 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2$$

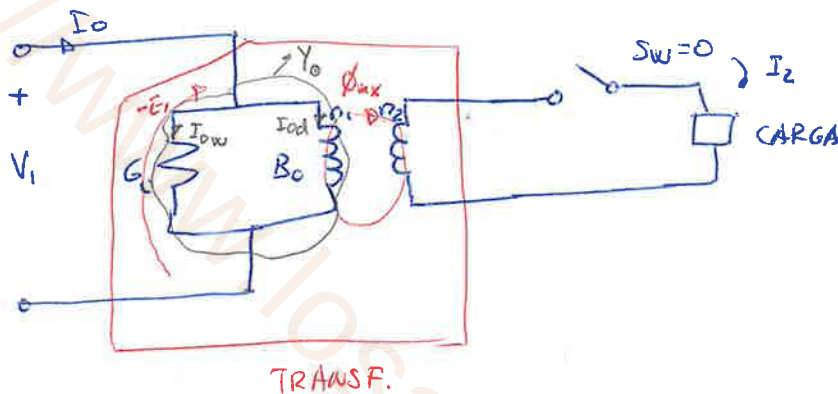
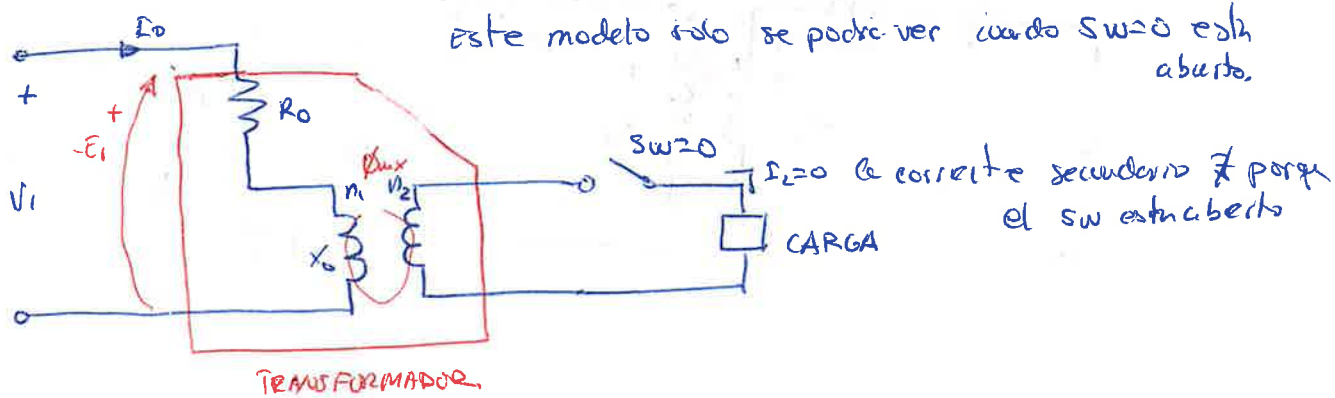
para el devanado primario:

$$V_1 = -e_1 + R_1 i_1 - e_{s1} = -e_1 + R_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$V_1 = -e_1 + R_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} \quad \text{tension instantánea del primario.}$$

$$\bar{V}_1 = -\bar{E}_1 + \bar{I}_1 [R_1 + j \omega l_1] = -\bar{E}_1 + \bar{Z}_1 \bar{I}_1$$

Pasar de la serie al paralelo.



$$\bar{Z}_0 = R_0 + jX_0 \rightarrow \bar{Y}_0 = G_0 - jB_0$$

$$\bar{Y}_0 = \frac{1}{\bar{Z}_0} = \frac{1}{R_0 + jX_0} = \frac{R_0 - jX_0}{R_0^2 + X_0^2} = \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2} - j \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2} = G_0 - jB_0$$

$$G_0 = \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2} \quad B_0 = \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2}$$

CONTINUACION TRANSF. REAL.

$$\bar{V}_1 = -\bar{E}_1 + \bar{Z}_1 \bar{I}_1$$

estas dos expresiones definen el eje de

$$\bar{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = \bar{Z}_1 \quad \angle \varphi_{cc1} = R_1 + jX_1$$

$$\bar{Z}_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} \angle \varphi_{cc1} = \tan^{-1} \frac{X_1}{R_1}$$

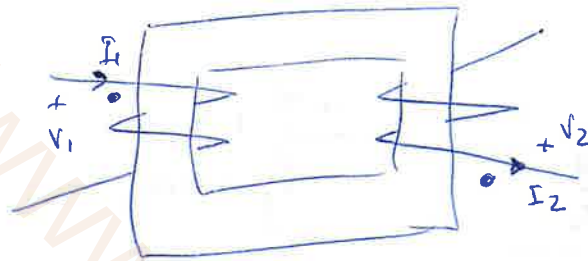
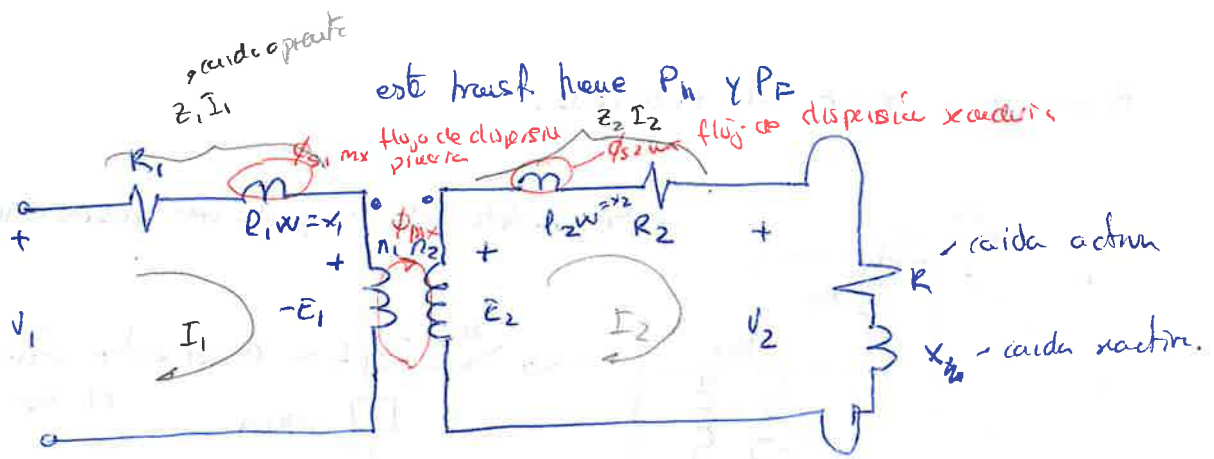
$$\omega L_1 = X_1$$

el primario del transformador.

$$\bar{V}_2 = \bar{E}_2 - \bar{Z}_2 \bar{I}_2$$

$$\bar{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = R_2 + jX_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2} \angle \varphi_{cc2} = \tan^{-1} \frac{X_2}{R_2}$$

el secundario del transformador.



los polos quieren decir donde entra la corriente en el primario sale por el mismo polo en el secundario

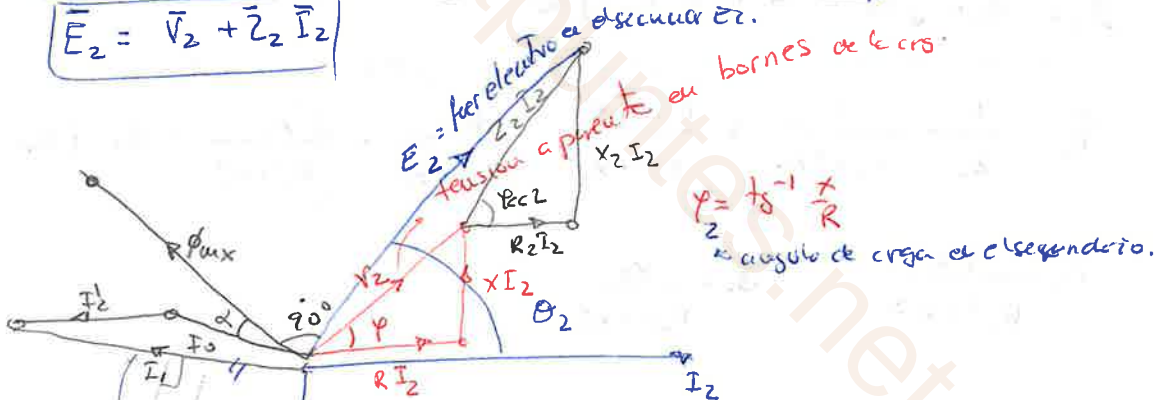
E. vectoriales

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= -\bar{E}_1 + \bar{Z}_1 \bar{I}_1 \\ \bar{E}_2 &= \bar{V}_2 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \end{aligned}$$

$$n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_0 \quad \text{cuando } K = \frac{n_1}{n_2}$$

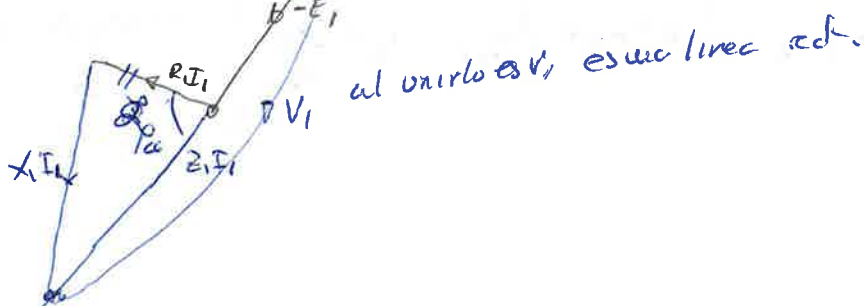
$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_2'$$

$$\bar{I}_2' = -\frac{\bar{I}_2}{K}$$



el ϕ va en atraso 90° con el E_2 , la corriente de vacío va adelantada al ϕ

I_2' está en fase con I_2 pero opuesto



CIRCUITO EQUIVALENTE AL TRANSFORMADOR.

$$\bar{V}_1 = -\bar{E}_1 + \bar{Z}_1 \bar{I}_1$$

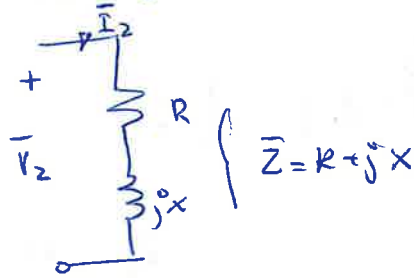
$$\bar{E}_2 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2$$

ec. de la f-electromotrices

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_2' \quad (1)$$

$$\bar{I}_2' = -\frac{\bar{I}_2}{K}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2$$



$$\bar{E}_2 = \bar{Z} \bar{I}_2 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2 = \bar{I}_2 [\bar{Z} + \bar{Z}_2] \text{ multiplicando por } (-K)$$

$$K = \frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$-K E_2 = -K I_2 [\bar{Z} + \bar{Z}_2]$$

$$\text{con } \bar{I}_2' = -\frac{\bar{I}_2}{K} \quad -K \bar{E}_2 = K^2 \bar{I}_2' [\bar{Z} + \bar{Z}_2]$$

$$-K \bar{E}_2 = \bar{I}_2' [K^2 \bar{Z} + K^2 \bar{Z}_2]$$

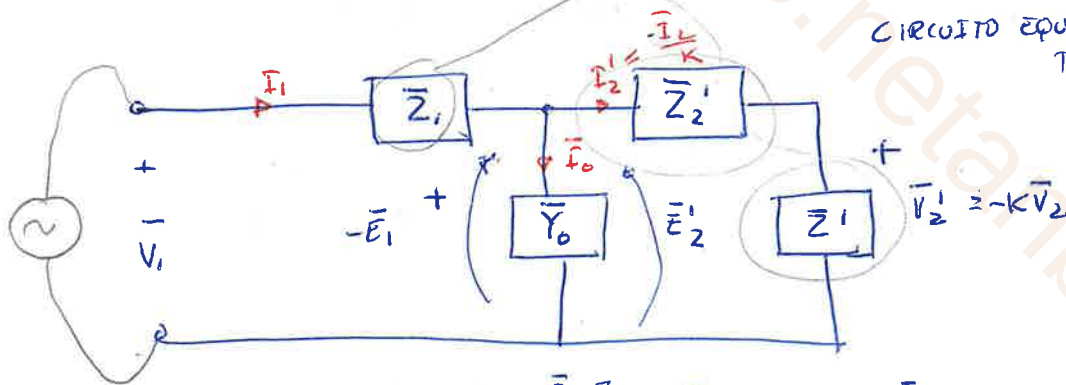
$K^2 \bar{Z} = \bar{Z}'$ = impedancia en su reducida al primario

$K^2 \bar{Z}_2 = \bar{Z}_2'$ = " " " " " "

$$K = \frac{E_1}{E_2} \cdot E_1 = K E_2$$

$$-K \bar{E}_2 = \bar{I}_2' [\bar{Z}' + \bar{Z}_2']$$

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_2' [\bar{Z}' + \bar{Z}_2'] + \bar{Z}_1 \bar{I}_1 \quad (2) \text{ define el circuito equivalente del transformador}$$



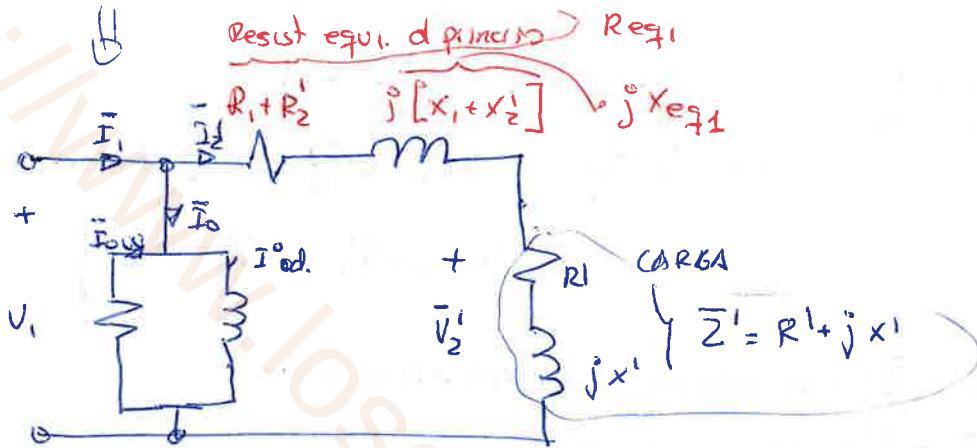
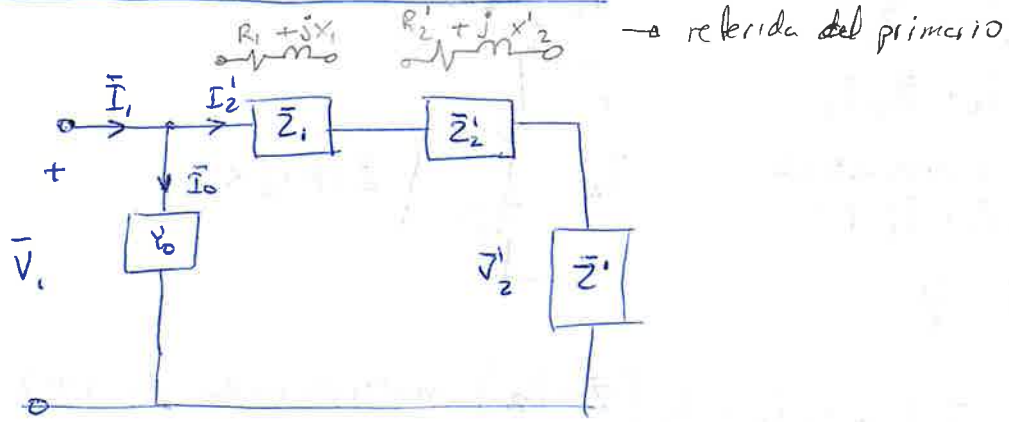
$$\bar{V}_2' = \bar{Z}_1' \bar{I}_2' = [K^2 \bar{Z}] \left[-\frac{\bar{I}_2}{K} \right] = -\bar{Z} \bar{I}_2 K = -K \bar{V}_2$$

$$\bar{E}_2' = \bar{I}_2' [\bar{Z}_2' + \bar{Z}_1'] = \left[-\frac{\bar{I}_2}{K} \right] K^2 [\bar{Z}_2 + \bar{Z}] = -K \bar{I}_2 (\bar{Z}_2 + \bar{Z}) = -K \bar{E}_2$$



como $\bar{Z}_1$ es despreciable muy pequeña
entre $\bar{Y}_0$ lo colocamos en la entrada con $\bar{V}_1$ y se
tiene cir. equiv. aproximado.

CIRCUITO EQUIVALENTE APROXIMADO.



todo esto reducido al devanado primario. cuando la carga este en carga la I_0 es tan pequeña frente I_1, I_2' entonces normalmente I_0 ^{corriente vacía} se desprecia. (X_0 se ignora)

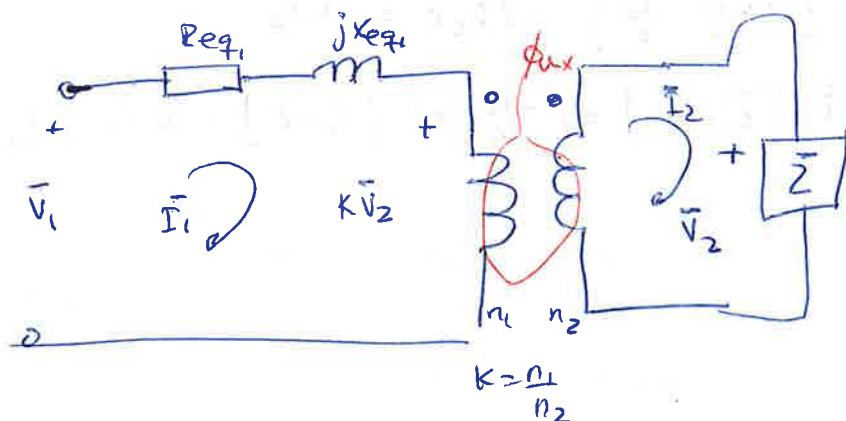
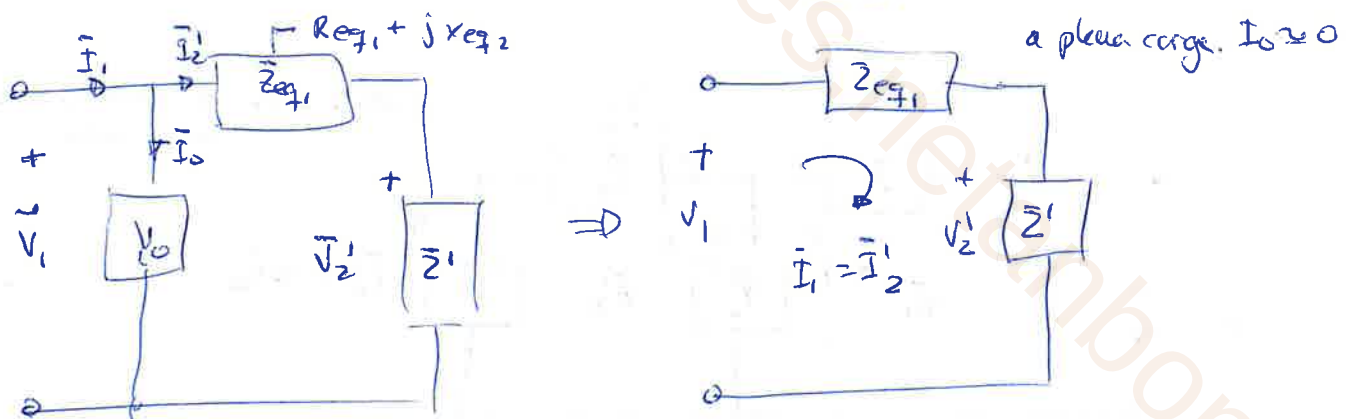
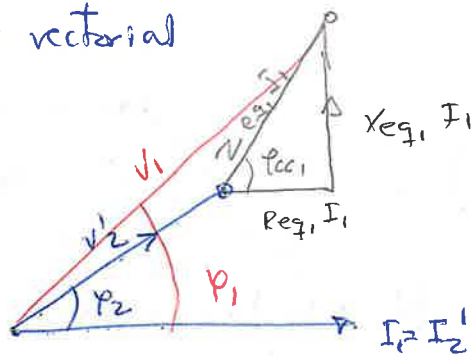
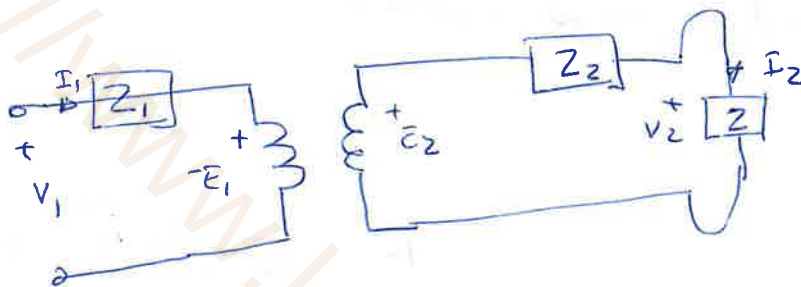


Diagrama vectorial

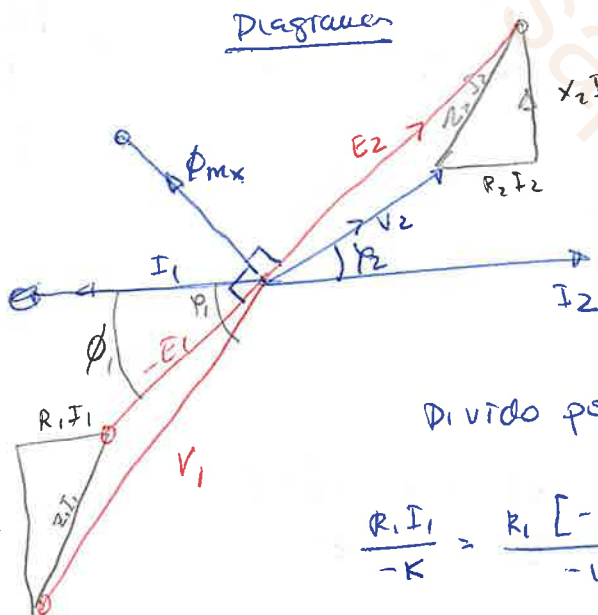


Suponemos $I_0 = 0$

$$n_1 I_1 + n_2 I_2 = 0$$



Diagrama



$$n_1 I_1 + n_2 I_2 = 0 \quad \text{como}$$

$$I_2 = -\frac{n_1}{n_2} I_1$$

$$I_2 = -K I_1$$

$$I_1 = -I_2 \frac{n_2}{n_1} = -\frac{I_2}{K}$$

Divido por $-K$

$$\frac{R_1 I_1}{-K} = \frac{R_1 \left[-\frac{I_2}{K} \right]}{-K} = \frac{R_1}{K^2} I_2$$

$$\frac{X_1 I_1}{-K} = \frac{X_1}{K^2} I_2$$

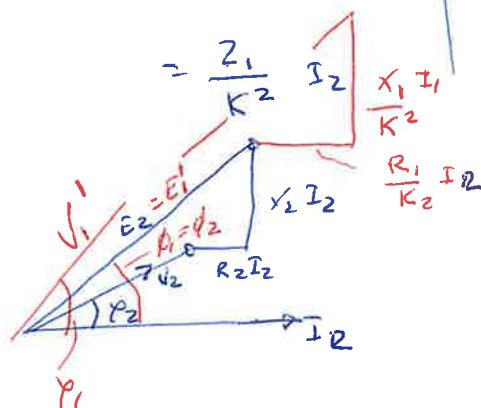
$$\frac{Z_1 I_1}{-K} = \frac{Z_1}{K^2} I_2$$

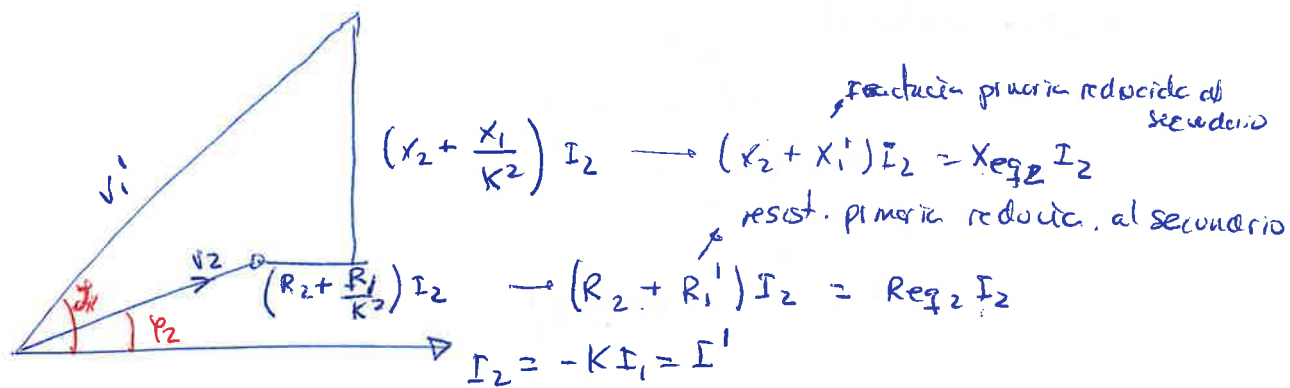
f.e.l. reducida al secundario

$$\frac{-E_1}{-K} = \frac{E_1}{K} = E_2 = E'_1$$

$$\frac{-V_1}{-K} = \frac{V_1}{K} = V'_1$$

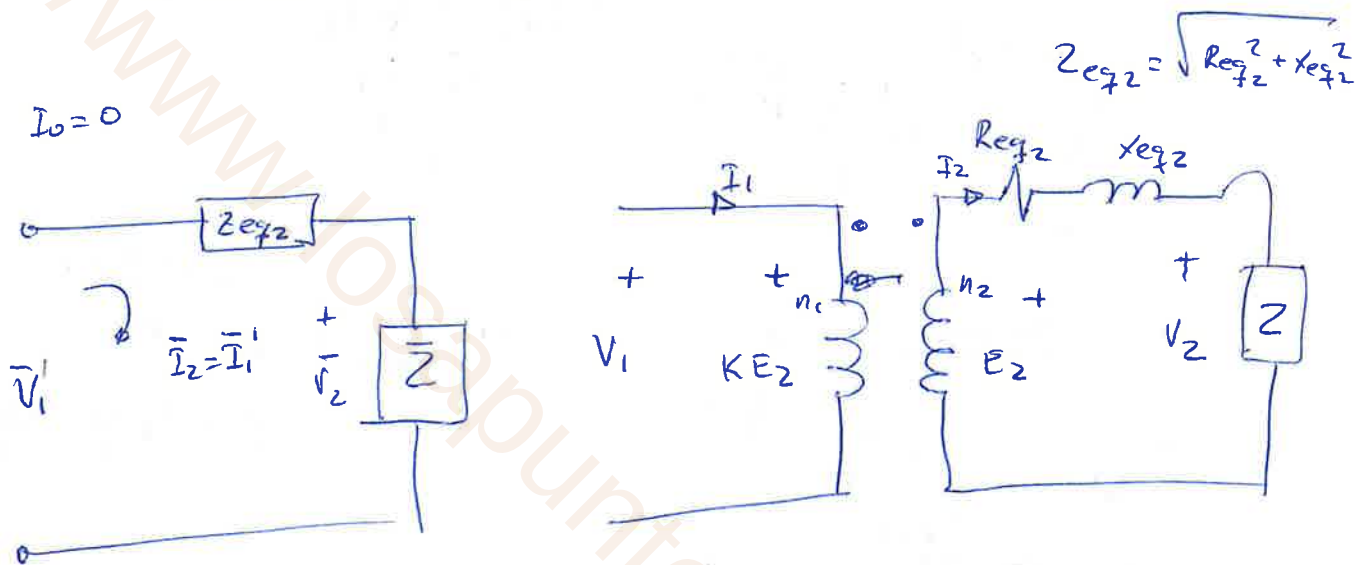
entonces el diagrama vectorial se invierte 180°





$$R_1' = \frac{R_1}{K^2} \quad X_1' = \frac{X_1}{K^2}$$

se ve mediante un espacio equivalente.



$\bar{I}_2 = \bar{I}_1'$ intensidad del secundario reducida al primario

Capítulo 28 del Parker.

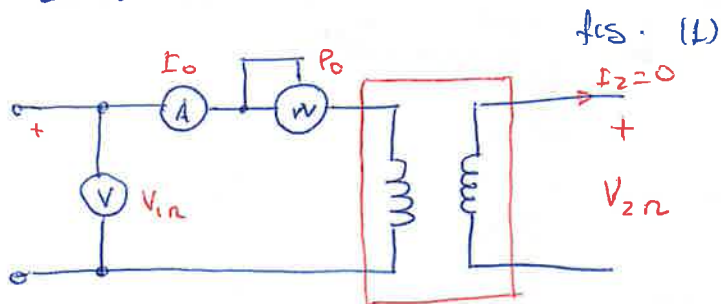
Problemas 35

- pide $R_2' = ?$
- pide R_1'
- R_{eq2}

Problemas 37, 38, 39, 42

PARAMETROS DE EXCITACIÓN.

ENSAYO DE VACIO

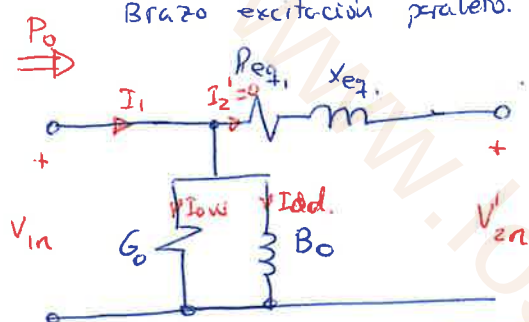


(V) Indica tensión nominal del primario. (V_{1n})

(A) " la corriente de vacío

(W) " " potencia en vacío

Brazo excitación paralelo. $G_0 B_0$.



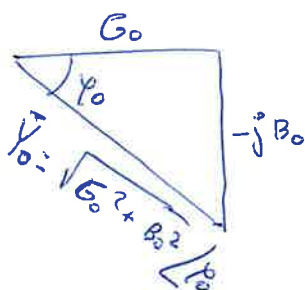
la potencia activa consumida por el circuito paralelo.

$$P_0 = I_{0W} \cdot V_{1n} = (V_{1n} G_0) V_{1n}$$

$$G_0 = P_0 / V_{1n}^2 \text{ Siemens.}$$

$$Y_0 = I_0 / V_{1n} \text{ (S)}$$

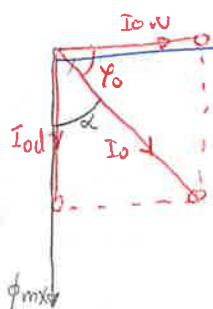
$$B_0 = \sqrt{Y_0^2 - G_0^2} \text{ (Siemens)}$$



$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{S_0} = \frac{V_{1n} I_0 \cos \phi_0}{V_{1n} I_0}$$

$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{V_{1n} I_0}$$

diagrama vectorial

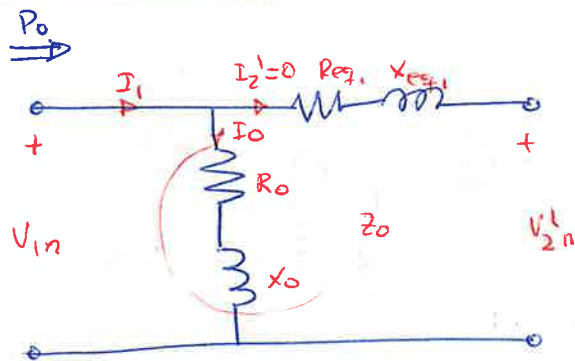


(también puede ser la fuerza electromotriz)
el ϕ va 90° en atraso de V_{1n}

BRAZO DE EXCITACIÓN SERIE RL

aquí
tiene el mismo
fig. (1)

fig (1) $\Rightarrow$



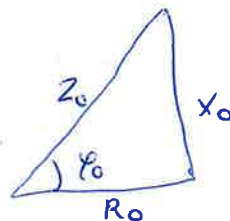
$$I_1 = I_0 \quad I_2' = 0$$

$$P_0 = R_0 I_0^2$$

$$R_0 = \frac{P_0}{I_0^2}$$

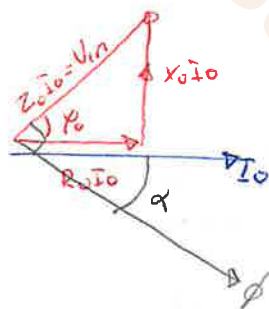
$$Z_0 = \frac{V_{1n}}{I_0}$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}$$



$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{V_{1n} I_0}$$

Diagrama vectorial.

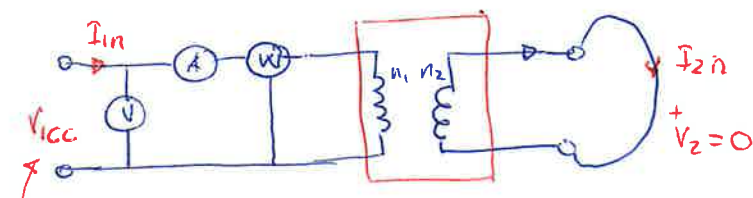


el ϕ tiene que ir 90° en adelante con la d.f. de potencia aplicada.

AHORA ENSAYO EN CORTOCIRCUITO.

el montaje es idéntico a la fig. (1) pero el secundario puesto en cortocircuito

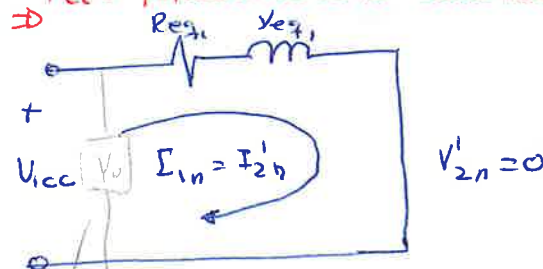
La máquina está trabajando con valores nominales de corriente.



tensión de corto del
primario

Se puede poner
reducido

P_{cc} = potencia de corto consumida



$$P_{cc} = R_{eq1} I_{1n}^2$$

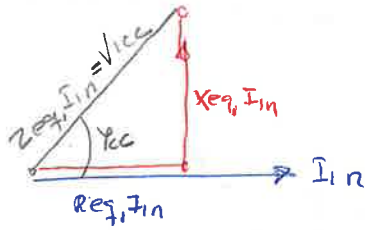
$$R_{eq1} = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2}$$

$$Z_{eq1} = \frac{V_{cc}}{I_{1n}}$$

cundo está acorto V_0 se desprecia porque el $\phi_{m} \approx 0 \Rightarrow$ el
brazo de excitación se desprecia.

diagrama vectorial de ensayo en corto.

$$X_{eq1} = \sqrt{Z_{eq1}^2 - R_{eq1}^2}$$



según los
aparatos de
medidas

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{cc} I_{1n}}$$

como en el secundario del transf. es $\vec{E}_2 = \vec{V}_2 + \vec{Z}_2 \vec{I}_2$ y como $\vec{V}_2$ está en corto $\Rightarrow \vec{E}_2 = \vec{Z}_2 \vec{I}_2$ $E_2 = Z_2 I_2$ la caída $Z_2 I_2 \approx 0. \Rightarrow [E_2 \approx 0]$

$$E_2 = \frac{Z_n}{V_2} f \phi_{m \times} n_2 \approx 0$$

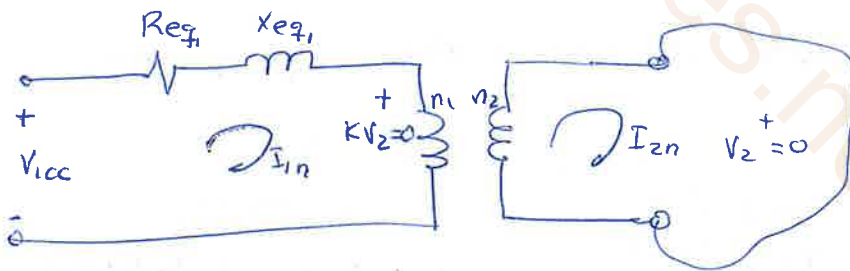
no siendo nulo el n° de espiras ni la frecuencia, pero $\phi_{m \times} \approx 0$.

- con el ensayo en vacío se mide la pérdidas del hierro.
- " " " " corto " " " " del Fucosil.

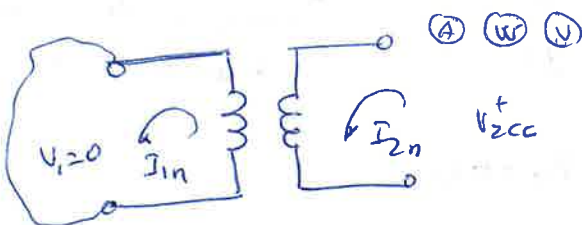
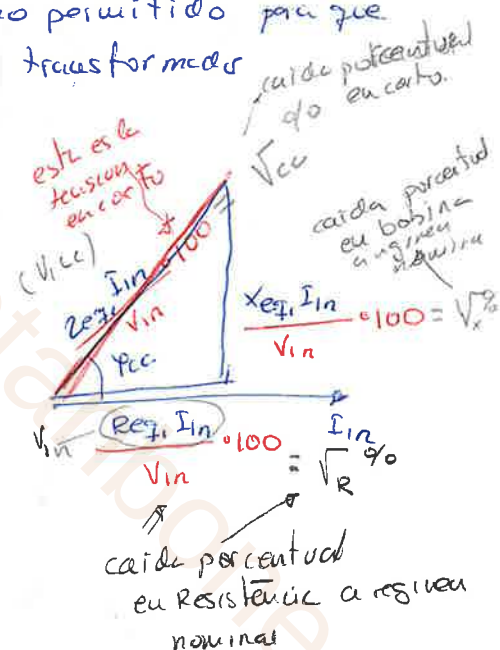
TENSION DE CORTOCIRCUITO.

valor nominal.
 V_n es la tensión máxima permitido para que

no se estropee el transformador



multiplica todas las lds del triángulo $\times \frac{100}{V_{1n}}$



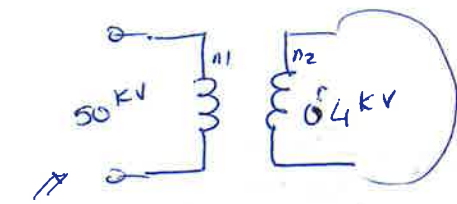
la tensión de corto es la misma pero en este caso es el debilitado por el primario. (es lo mismo ponerlo en el primario que en el secundario)

$$k = \frac{n_1}{n_2}$$

$$V_{cc} \% = \frac{Z_{eq1} I_{1n}}{V_{1n}} \cdot 100 = \frac{Z_{eq1} \left[\frac{I_{2n}}{k} \right]}{k V_{2n}} \cdot 100 = \frac{Z_{eq1} \cdot I_{2n}}{V_{2n}} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$V_{cc} \% = V_{1cc} \% = V_{2cc} \%$$

5% 50.000V/400V corto circuitado en el secundario



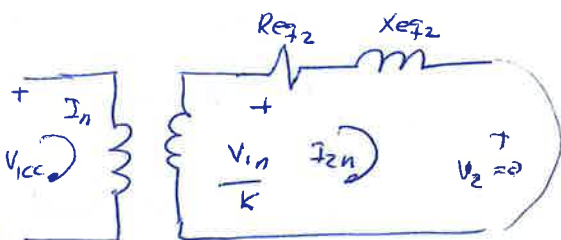
el 5% de la entrada de corto. de 50 kV $\Rightarrow 2500 V = V_{icc}$

$V_{icc} = 2500 V$

$$\frac{Z_{eq2} I_{2n} \cdot 100}{V_{2n}}$$

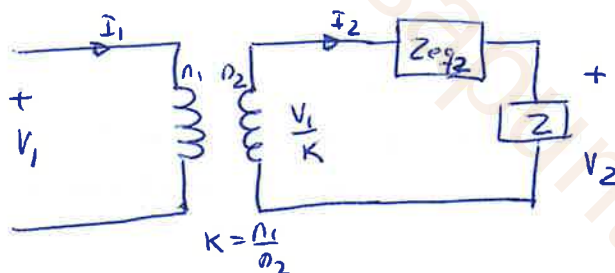
$$\frac{R_{eq2} I_{2n} \cdot 100}{V_{2n}}$$

todos los parámetros obtenidos en el lado secundario

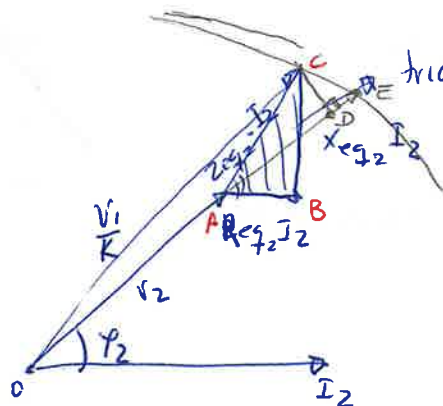


DETERMINACION DE CAIDA DE TENSION PARA UN TRANSFORMADOR

transf. con todos los parámetros reducido al lado secundario.



caída interna aparente del transformador $\frac{V_1}{K} - V_2 = \bar{Z}_{eq2} \cdot \bar{I}_2$



triángulo de Kapp. en la práctica es muy pequeño.

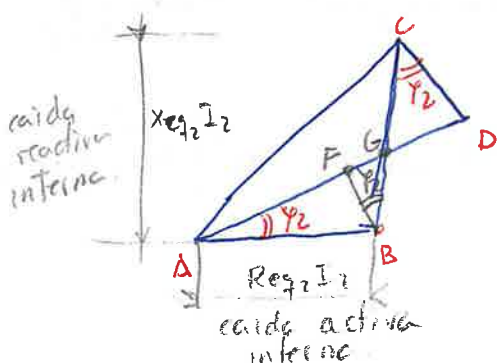
prácticamente V_2 está en línea con $\frac{V_1}{K}$

$$= \overline{OC} - \overline{OA} = \overline{AC}$$

prolongo el vector $\frac{V_1}{K}$ con un arco y lo pongo en línea con V_2 y trazo desde C una $\perp$

$$\frac{V_1}{K} - V_2 = \overline{OE} - \overline{OA} \simeq \overline{OD} - \overline{OA} = \overline{AD}$$

$$= \overline{AD} = \overline{AF} + \overline{FG} + \overline{GD}$$



trazo desde el punto B una $\perp$ a AD

$$\overline{AD} = \overline{AB} \cos \varphi_2 + \overline{BG} \sin \varphi_2 + \overline{GC} \sin \varphi_2$$

$$\overline{AD} = \overline{AB} \cos \varphi_2 + \overline{BC} \sin \varphi_2$$

$$\overline{AD} = R_{eq2} I_2 \cos \varphi_2 + X_{eq2} I_2 \sin \varphi_2 = \text{caída de tensión}$$

caída de tensión
en tanto por ciento
(en el transformador)

$$\epsilon\% = \frac{\frac{V_1}{K} - V_2}{\frac{V_1}{K}} \cdot 100 = \frac{R_{eq2} I_2 \cos \phi_2 + X_{eq2} I_2 \sin \phi_2}{\frac{V_1}{K}} \cdot 100$$

caída porcentual en resistencia $V_R\%$ $V_X\%$ caída porcentual en reactancia.

$$\epsilon\% = \frac{R_{eq2} I_2}{V_1/K} \cdot 100 \cos \phi_2 + \frac{X_{eq2} I_2}{V_1/K} \cdot 100 \sin \phi_2$$

$$\epsilon\% = V_R\% \cos \phi_2 + V_X\% \sin \phi_2.$$

caída de tensión en resist. relativa $V_R\%$

$$V_R\% = \frac{R_{eq2} I_2}{V_1/K} \cdot 100$$

$$V_X\% = \frac{X_{eq2} I_2}{V_1/K} \cdot 100.$$

Regulación

$$\text{Reg.}\% = \frac{\frac{V_1}{K} - V_2}{V_2} \cdot 100 = V_R\% \cos \phi_2 + V_X\% \sin \phi_2.$$

regulación en porcentaje

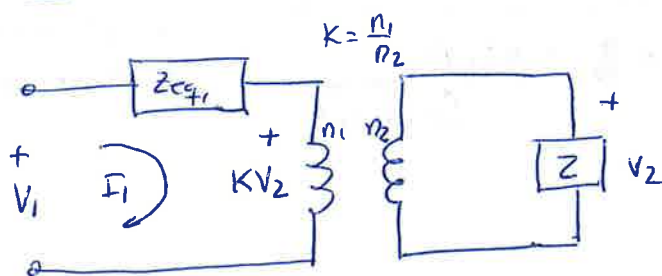
caída activa en porcentaje $V_R\%$

$$V_R\% = \frac{R_{eq2} I_2}{V_2} \cdot 100$$

caída reactiva en porcentaje $V_X\%$

$$V_X\% = \frac{X_{eq2} I_2}{V_2} \cdot 100$$

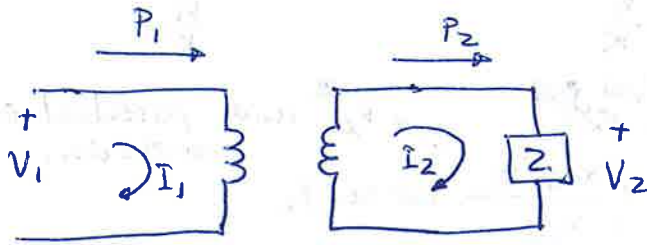
Ahora en el lado primario.



$$\epsilon\% = \frac{V_1 - KV_2}{V_1} \cdot 100$$

$$\text{Reg.}\% = \frac{V_1 - KV_2}{KV_2} \cdot 100$$

Rendimiento del transformador.



$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\text{potencia activa de salida}}{\text{potencia activa de entrada}}$$

$$= \frac{P_2}{P_2 + \text{perdidas (perdidas en el hierro y pérdidas en el cobre)}} =$$

$$\eta \% = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \cdot 100$$

rendimiento del transformador

P_{Fe} ^{perdidas en el hierro} → Ensayo vacío - $P_{Fe} = \text{cte}$ ya qe $V_1 = \text{cte}$

P_{Cu} ^{perdidas en el cobre} → $P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_{eq1} I_1^2 = R_{eq2} I_2^2$

factor de sobrecarga

$$K_{ch} = \frac{I_1}{I_{1n}} = \frac{I_2}{I_{2n}}$$

$$K_{ch} = \frac{V_{1n} I_1}{V_{1n} I_{1n}} = \frac{S}{S_n} = \frac{\text{potencia aparente}}{\text{potencia nominal aparente}}$$

$$K_{ch} = \frac{V_{2n} I_2}{V_{2n} I_{2n}}$$

$$\eta \% = \frac{K_{ch} S_n \cos \varphi_2}{K_{ch} S_n \cos \varphi_2 + P_{Fe} + K_{ch}^2 P_{Cu \text{ nominal}} \text{ cobre nominal.}} \cdot 100$$

rendimiento del transformador más ampliada.

$$P_{Cu n} = R_{eq1} I_{1n}^2 = R_{eq2} I_{2n}^2$$

$$P_{Cu} = K_{ch}^2 P_{Cu n}$$

PROBLEMA 28.45. PARKER. (de regulación)

Perd. ohmica = 1% de S_2

caída reactancia = 5% de V_2

a) 0.8 ind. soluciones (3.8%)

b) 1 " (1%)

c) 0.8 cap. " (-2.2%)

coef. de Regulación $Reg\% = \frac{Re_{12} I_2}{V_2} \cdot 100 \cos \varphi_2 + \frac{Xe_{12} I_2}{V_2} \cdot 100 \sin \varphi_2 \quad (1)$

perdida ohmica $Re_{12} I_2^2 = \frac{1}{100} S_2 = \frac{1}{100} \cdot V_2 I_2$ $Re_{12} I_2 = \frac{1}{100} V_2$ (2)

$Xe_{12} I_2 = \frac{5}{100} V_2$ caída de reactancia, (3)

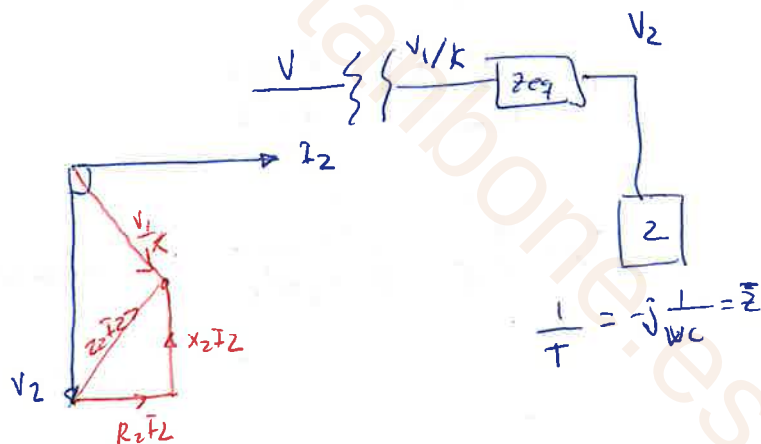
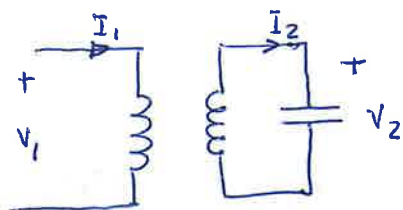
Sustituyendo en (1) la ecuación (2) y (3)

a) 0.8 ind. $Reg\% = \cos \varphi_2 + 5 \sin \varphi_2 = 0.8 + 3 = 3.8\%$

b) $\cos \varphi_2 = 1$ $Reg\% = \cos \varphi_2 + 5 \sin \varphi_2 = 1 + 0 = 1\%$

c) $\cos \varphi_2 = 0.8$ cap. $Reg\% = \cos \varphi_2 + 5 \sin \varphi_2 = 0.8 - (5) \cdot 0.6 = -2.2\%$

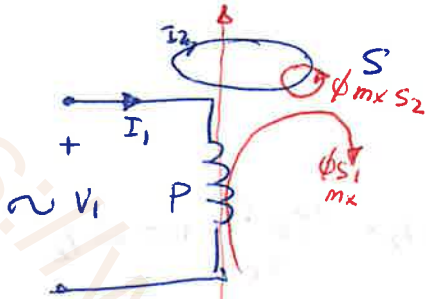
↑ como es capacitivo y es el circuito serie RC.



TRANSFORMADORES ESPECIALES.

ESPIRA DE FRAGER.

- el secundario esta en corto
- el circuito magnetico es el aire.
- la dispersion magnetica es fuerte. es muy grande



flujo totalizado de la espira 2 +

$$\vec{\Phi}_{t2} = \vec{\Phi}_{m1} + \vec{\Phi}_{m2} \frac{S_2}{S_1}$$

$$\vec{E}_{t2} = \vec{E}_2 + \vec{E}_{s2}$$

Excepciones para valores instantaneos.

$$\Phi_{t2} = \Phi + \Phi_{s2}$$

$$\frac{d\Phi_{t2}}{dt} = \frac{d\Phi}{dt} + \frac{d\Phi_{s2}}{dt}$$

$$e_{t2} = e_2 + e_{s2}$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\sum \vec{E}}{\sum R} = \frac{\vec{E}_{t2}}{R} = \frac{\vec{E}_2 + \vec{E}_{s2}}{R}$$

$$\vec{E}_2 = R \vec{I}_2 - \vec{E}_{s2}$$

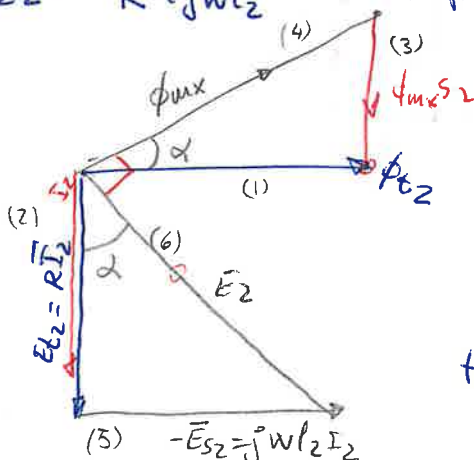
$$\vec{E}_2 = (R + j\omega L_2) \vec{I}_2$$

$$-\vec{E}_{s2} = j\omega L_2 \vec{I}_2$$

$$I_2 = \frac{n_2 \Phi_{m2}}{L_2 \sqrt{2}} = \frac{\Phi_{m2}}{L_2 \sqrt{2}}$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\sum \vec{E}}{\sum \vec{Z}} = \frac{\vec{E}_2}{R + j\omega L_2}$$

Representación



Φ_{t2} está en atraso 90° del Φ_{t2} y antiferro. el flujo de dispersion va en fase con la corriente I_2

E_{s2} va en adelanto 90° con la I_2

el vector (4) y (6) está en atraso 90° con el Φ_{m1} .

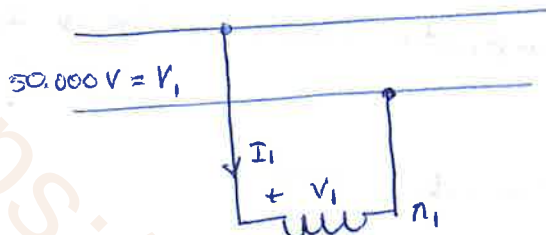
$$\tan \alpha = \frac{\omega L_2}{R} \quad \left. \begin{array}{l} R=0 \\ \Rightarrow \alpha=90^\circ \end{array} \right\}$$

ningún flujo pasa por la espira cuando la resist. es = 0. y el Φ_{t2} parece

- TRANSFOR. DE MEDIDAS (dentro de los transf. especiales)

a) transf. de tensión.

suponer una red de alta tensión y queremos hacer la medición. (se mide a través de un transformador.



$$\vec{V}_1 = -\vec{E}_1 + \vec{Z}_1 \vec{I}_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = -E_1} \quad \text{y } I_2 \text{ son corriente muy bajas se pueden despreciar}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{E}_2 - \vec{Z}_2 \vec{I}_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = E_2}$$

$$K = \frac{n_1}{n_2} \text{ en la pract. } n_1 > n_2$$

en el secundario del transf. siempre sera 100V.

hay que tener en cuenta las características del transf. para poder colocar los aparatos sin estropear el transf.

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = -E_1 \\ V_2 = E_2 \end{array} \right\} \frac{V_1}{V_2} = \frac{-E_1}{E_2} = -K \rightarrow V_1 = -KV_2$$

ejemplo vamos a tomar un transf. $K = \frac{50000V}{100V}$ entonces si el voltímetro mide 100V entonces en la red tenemos 50.000V.

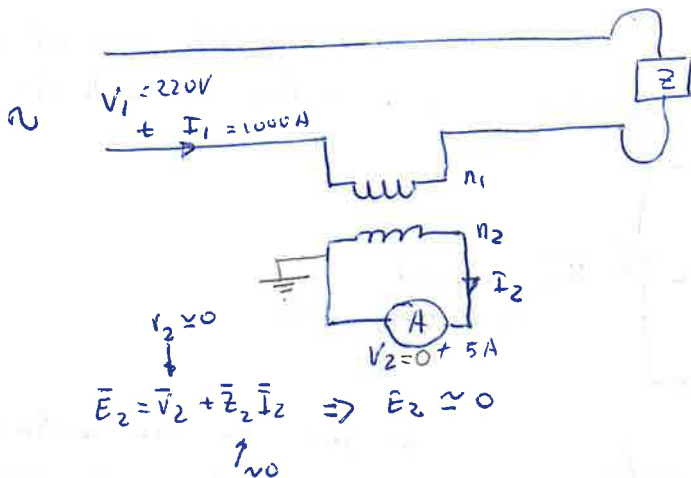
$$V_1 = \frac{50000}{100} V_2$$

$$V_1 = \frac{50000}{100} \cdot 50 = 25000V$$

si la tensión en el voltímetro es 50V entonces la tensión en la red es de 25000V.

- para evitar la descarga siempre se conecta a tierra.

b) transf. de intensidad: tiene su devanado primario conectado a la red. donde se quiere medir la corriente.



Amperímetro: es un aparato de ^{o (baja resist.)} baja impedancia entonces en el secundario se encuentra pract. en corto $\Rightarrow \vec{V}_2 = 0$

$$E_2 = 4.44 f \phi_{mx} n_2 \approx 0 \quad \text{no siendo nulo n1a } f \text{ ni } n_2 \text{ pero } \phi_{mx} \approx 0$$

y si $\phi_{mx} \approx 0$ entos se puede poner de la siguiente manera $\Rightarrow I_0 \approx 0$

$$n_1 \vec{I}_1 + n_2 \vec{I}_2 = n_1 I_0 \Rightarrow n_1 \vec{I}_1 + n_2 \vec{I}_2 = 0 \quad I_1 = -\frac{n_2 I_2}{n_1} = -\frac{I_2}{n_1/n_2} = -\frac{I_2}{K}$$

$$K = \frac{n_1}{n_2}$$

$$K_a = \frac{1}{K}$$

Kamperimetria.

$$I_1 = -\frac{I_2}{K} = -I_2 K_a$$

$$I_1 = -I_2 K_a$$

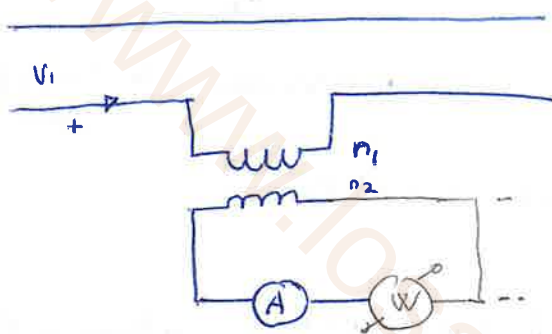
$$K_a = \frac{I_1}{I_2}$$

$$K_a = \frac{1000A}{5A}$$

$$I_1 = -I_2 \frac{1000A}{5A}$$

si por el amperevetro circula $I_2 = 5A \Rightarrow I_1 = 1000A$ en el primario.

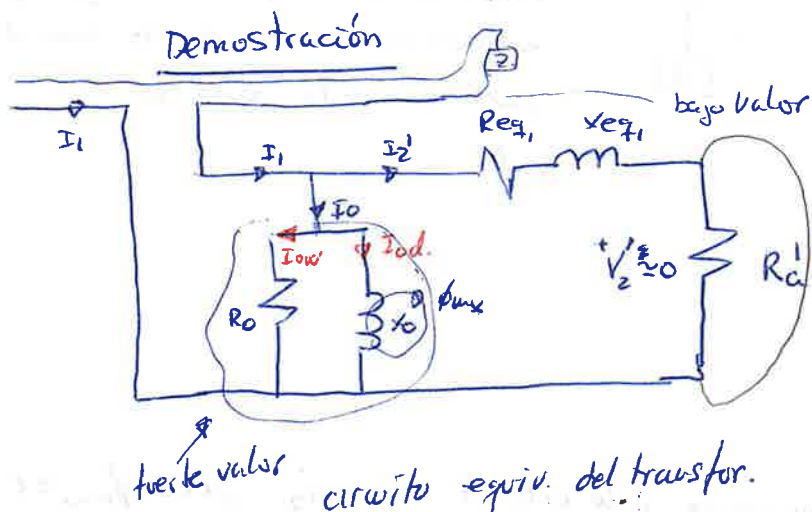
En el caso de alta tension tambien se conecta a tierra.



si conectamos muchos aparatos amperevtricos en serie se va separando el regimen de corto para hacerse el regimen de vacio y se puede quemarse y electrocutarse alguien.

ya qe si sumamos las ~~cada~~ impedancias de cada aparato $\Rightarrow$ supone una impedancia mayor.

- si quitamos los aparatos ^{antes} debemos de puentear el secundario ya qe entonces se estropearia el transformador (en el caso de medir intensidad)
- al contrario del anterior qe tiene qe estar abierto del transf. de tension.

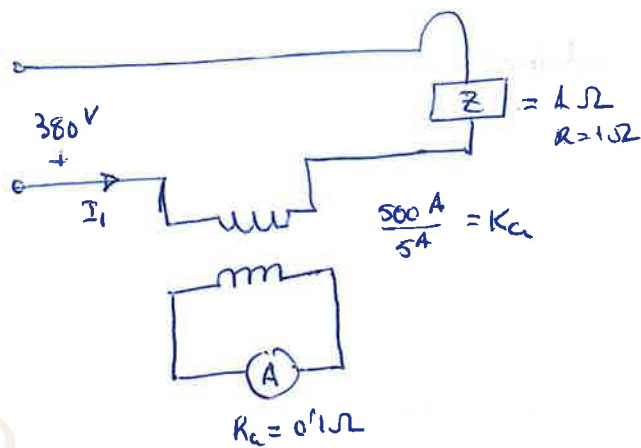


la activa es la gema al transt. y la reactiva la centralita.

es resist es muy bajo valor

si quit. R_a sin puentearlo toda la caida de tension se cae en R_o y se calienta y se quema el transt.

Ejemplo



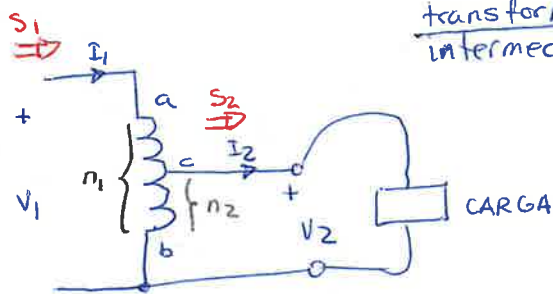
$$I_1 = \frac{V_1}{R + R'_a} = \frac{V_1}{R + K^2 R_c} = \frac{V_1}{R + \left[\frac{1}{K_a}\right]^2 R_c} = \frac{380}{1 + \left[\frac{1}{100}\right]^2 0.1} = 380 \text{ A.}$$

si quitamos el -a- sin puentarlo $\Rightarrow$

$$V_2 = \frac{V_1}{K} = K_a V_1 = \frac{500}{5} V_1 = 100 V_1 = (100)(380) = 38000 \text{ V se quita el transf.}$$

AUTOTRANSFORMADOR MONOPASIVO.

Se puede considerar como una bobina montada sobre un núcleo ferromagnético y que tiene una toma intermedia.



transformador reductor. al conectarlo a la toma intermedia.

Suponemos que es un traust. ideal. $\Rightarrow S_1 = S_2$

$P_{\text{Fer}} = 0$ pérdidas en el hierro = 0

$P_{\text{Cu}} = 0$ " " " " cobre = 0

$I_0 = 0$ corriente de vacío = 0

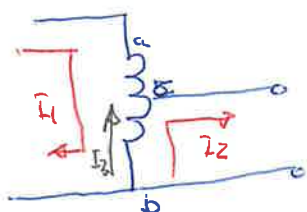
$$V_1 = E_1$$

$$V_2 = E_2$$

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$S_1 = S_2$ pot. aparente primario igual pot. aparent. secund. $V_1 I_1 = V_2 I_2$ por ser un traust. ideal.

estas corrientes están en oposición



$$I_3 = I_2 - I_1$$

en el devanado a-c $(n_1 - n_2) I_1$
" " devanado c-b $(n_2 I_3)$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} (n_1 - n_2) I_1 = n_2 I_3 \\ (n_1 - n_2) I_1 = n_2 (I_2 - I_1) \end{cases} \Rightarrow n_1 I_1 = n_2 I_2$$

autotransf. es una maquina mas economico qe el transformador

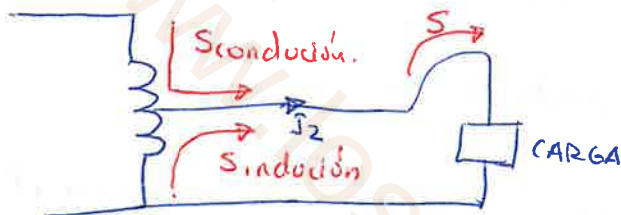
$S = S_1 = S_2$ pot. aparent. autotransf.

$$S = V_2 I_2$$

$$S = V_2 I_2 + V_2 I_1 - V_2 I_1$$

$$S = \frac{V_2 (I_2 - I_1)}{1} + \frac{V_2 I_1}{1}$$

$S = S_{ind.} + S_{conducción o enlace galvanico}$
 potencia aparente de inducción potencia aparente

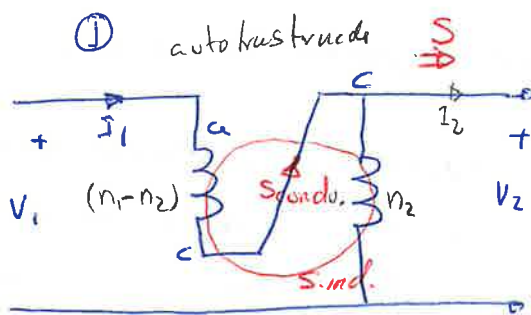


$$\frac{S_{ind.}}{S} = \frac{V_2 (I_2 - I_1)}{V_2 I_2} = 1 - \frac{I_1}{I_2} = 1 - \frac{1}{K} = \frac{K-1}{K}$$

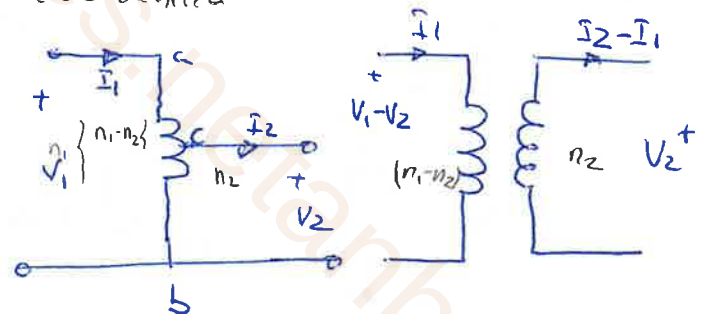
$$\frac{S_{condu.}}{S} = \frac{V_2 I_1}{V_2 I_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{K}$$

COMPARACIÓN DEL TRANSF. Y AUTOTRANSF.

Las dens. magnét. y las dens. electricas son iguales.



estos circuitos son equivalente tanto magnético como eléctrico



considero circuito ① al ser transf. ideales los p $S_1 = S_2$

$$S = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$S_{trans} = (V_1 - V_2) I_1 = (I_2 - I_1) V_2$$

$$\frac{S_{transf.}}{S} = \frac{(I_2 - I_1) V_2}{V_2 I_2} = \frac{I_2 - I_1}{I_2} = 1 - \frac{1}{K} = \frac{K-1}{K} = \frac{S_{ind}}{S}$$

ES CONVERTIR EL TRANSFOR NORMAL en uno de terna intermedia.

