$\Omega_2 < \Omega_1$ $\quad \boxed{\Omega_g = \Omega_1 - \Omega_2}$ velocidad relativa de giro.

$\boxed{g = \frac{\Omega_g}{\Omega_1}} = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$ $\quad \boxed{g\% = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} \cdot 100}$ deslizamiento en porcentaje

$$\left.\begin{array}{l} W_g = p\,\Omega_g \\ W_g = 2\pi f_2 \end{array}\right\} \quad 2\pi f_2 = p\,\Omega_g = p\,[g\,\Omega_1] = p\,[g\,2\pi N_1]$$

$$\Omega_1 = 2\pi N_1$$

$$\left.\begin{array}{l} f_2 = p\,g\,N_1 \\ N_1 = \frac{f_1}{p} \rightarrow \text{frec. de la corriente del estator} \end{array}\right\} \quad f_2 = \cancel{p}\,g\,\frac{f_1}{\cancel{p}} \quad \boxed{f_2 = g\,f_1}$$

la frecuencia rotorica es g veces la frecuencia estatorica.

- en el arranque: $\Omega_2 = 0$ $\quad g = \frac{\Omega_1 - 0}{\Omega_1} = 1$ $\quad f_2 = g\,f_1$ $\quad \boxed{f_2 = f_1}$ en el arranque.
- sincronismo $\quad \boxed{\Omega_1 = \Omega_2}$ $\quad g = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = 0$ $\quad \boxed{g = 0}$ en el sincronismo

REACTANCIA DE DISPERSIÓN

$X_1 = 2\pi f_1 \mathcal{L}_1$ $\quad$ reac. dispersión del estator = cte

$X_2 = 2\pi f_1 \mathcal{L}_2$ $\quad$ " " rotor medida con f_1

$X_{2g} = 2\pi f_2 \mathcal{L}_2$ $\quad$ como $f_2 = g\,f_1$ $\quad X_{2g} = 2\pi\,[g\,f_1]\,\mathcal{L}_2 = [2\pi f_1 \mathcal{L}_2]\,g = X_2 g$

$X_{2g} = X_2 \cdot g$ $\quad$ reactancia inductiva con dispersión rotorica.

FUERZAS ELECTROMOTRICES INDUCIDAS.

$E_1 = 4'44\, f_1\, \phi\, n_1\, Kd_1$ $\quad Kd_1$ = factor de devanado del estator

$E_2 = 4'44\, f_1\, \phi\, n_2\, Kd_2$ $\quad$ f.em. inducida por fase con rotor bloqueado

$E_{2g} = 4'44\, f_2\, \phi\, n_2\, Kd_2$ $\quad$ f.em. por fase en marcha.

Kd_2 = factor de devanado del rotor

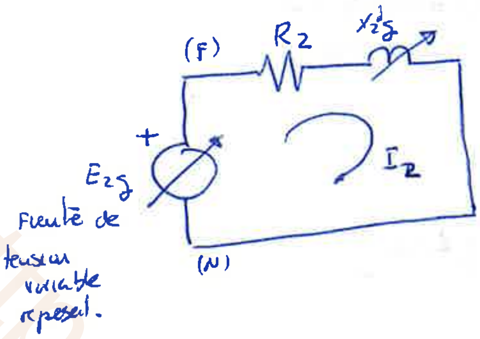
n_2 = nº de espiras del rotor por fase.

$$E_{2g} = 4'44\,[g\,f_1]\,\phi\, n_2\, Kd_2 = [4'44\, f_1\, \phi\, n_2\, Kd_2]\cdot g = g\,E_2 \quad \boxed{E_{2g} = g \cdot E_2}$$

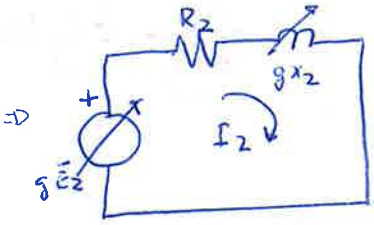
cuando la maquina tiene el rotor bloqueado se transforma como un transformador.

Motor inducción como transformación

Rotor en marcha (esquema por fase del rotor cuando esta en marcha)

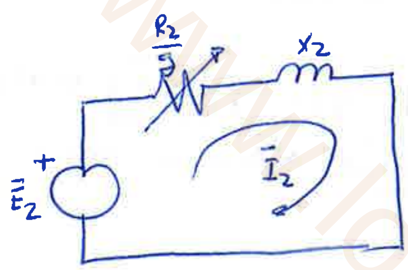


$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{E}_{2g}}{R_2 + jX_{2g}} = \frac{g\bar{E}_2}{R_2 + j\,gX_2} \Rightarrow$$



Divido numerador y denominador por g. $\bar{I}_2 = \dfrac{g\bar{E}_2}{R_2 + j\,g X_2} = \dfrac{\bar{E}_2}{\frac{R_2}{g} + jX_2}$

Ahora el esquema de esta ecuación sería.



A rotor parado.

Ahora todo es cte menos la resistencia que es variable.

$E_2 = 4'44 f_1 \phi n_2 K d_2$

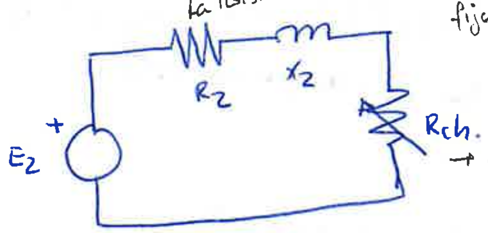
ϕ = cte en todas las máquinas

f_1 = cte

$X_2 = 2\pi f_1 L_2$ = cte

$\Downarrow$

La resistencia del rotor es cte fija.



Rotor parado.

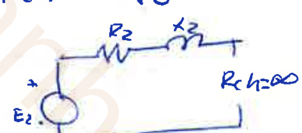
Para que los dos circuitos sean equivalente.

$\frac{R_2}{g} = R_2 + R_{ch} \rightarrow R_{ch} = R_2\left[\frac{1}{g} - 1\right]$

→ aquí lo único que va ha ser variable la resistencia de carga.

$$R_{ch} \begin{cases} g=1 \text{ (Arranque) (Rotor bloq.)} \Rightarrow R_{ch} = R_2\left[\frac{1}{1} - 1\right] \quad R_{ch} = 0. \\ g=0 \text{ (condición de sincronismo)} \Rightarrow R_{ch} = R_2\left(\frac{1}{0} - 1\right) \quad R_{ch} = \infty \end{cases}$$

no hay corriente no hay par.



ecuaciones de fuerzas magnetomotrices.

$q_1 N_1 \bar{I}_1 Kd_1 + q_2 N_2 \bar{I}_2 Kd_2 = q_1 N_1 \bar{I}_0 Kd_1$

q_1 = nº fases del estator = 3

q_2 = nº " " rotor = 3.

$$\bar{I}_1 = \frac{\cancel{q_1 N_1} \bar{I}_0 \cancel{Kd_1}}{\cancel{q_1 N_1 Kd_1}} - \frac{q_2 N_2 \bar{I}_2 Kd_2}{q_1 N_1 Kd_1} = \bar{I}_0 - \frac{q_2 N_2 Kd_2}{q_1 N_1 Kd_1} \cdot \bar{I}_2 = \bar{I}_0 + \bar{I}_2'$$

corriente del secundario no reducido al estator.

$$\bar{I}_2' = -\frac{q_2 N_2 Kd_2}{q_1 N_1 Kd_1} \cdot \bar{I}_2 = -\frac{\bar{I}_2}{K_a}.$$

$$K_a = \frac{q_1 N_1 Kd_1}{q_2 N_2 Kd_2}$$

relación amperimétrica.

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= 4'44 f_1 \phi n_1 Kd_1 \\ E_2 &= 4'44 f_1 \phi n_2 Kd_2 \end{aligned}\right\} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1 Kd_1}{n_2 Kd_2}$$

f.e.m. a rotor parado

Haciendo un análisis en paralelo

para el transformador

ecuación f.m.m.

$$n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_0 \rightarrow \bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_2'$$

$$\bar{I}_2' = \frac{-\bar{I}_2}{K}$$

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 4'44 f_1 \phi\, n_1 \\ E_2 = 4'44\, f_2\, \phi\, n_2 \end{array}\right\} \quad K = \frac{E_1}{E_2}$$

Motor inducción.

$$q_1 n_1 \bar{I}_1 Kd_1 + q_2 n_2 \bar{I}_2 Kd_2 = q_1 n_1 \bar{I}_0 Kd_1$$

$$K_a = \frac{q_1 n_1 Kd_1}{q_2 n_2 Kd_2} \quad \text{relación amperimetrica.}$$

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 4'44\, f_1\, \phi\, n_1\, Kd_1 \\ E_2 = 4'44\, f_1\, \phi\, n_2\, Kd_2 \end{array}\right\} \quad K_v = \frac{E_1}{E_2} \quad \text{relación voltimetrica}$$

$$K = K_a \cdot K_v$$

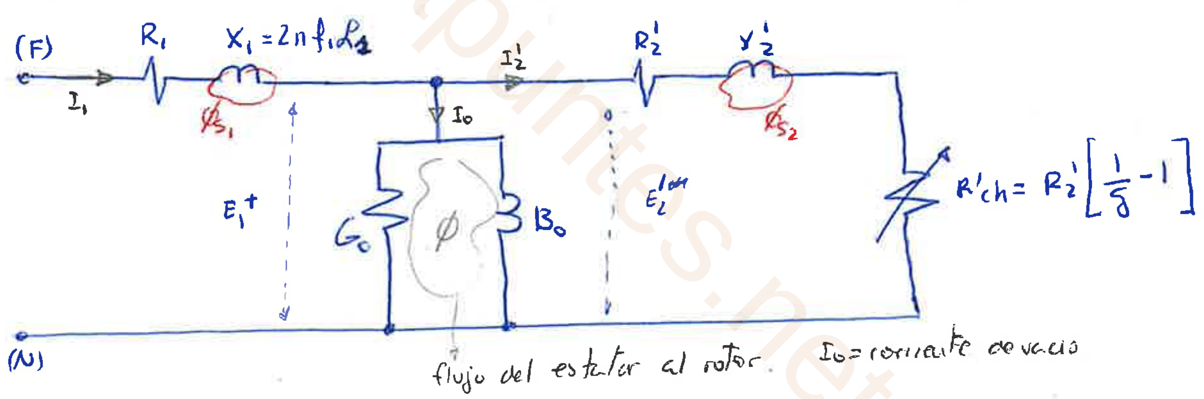
$$Z_{2g} = \sqrt{R_2^2 + (g X_2)^2} \rightarrow Z_{2g}' = K_a K_v Z_{2g}$$

impedancia rotorica

trasladamos al primario.

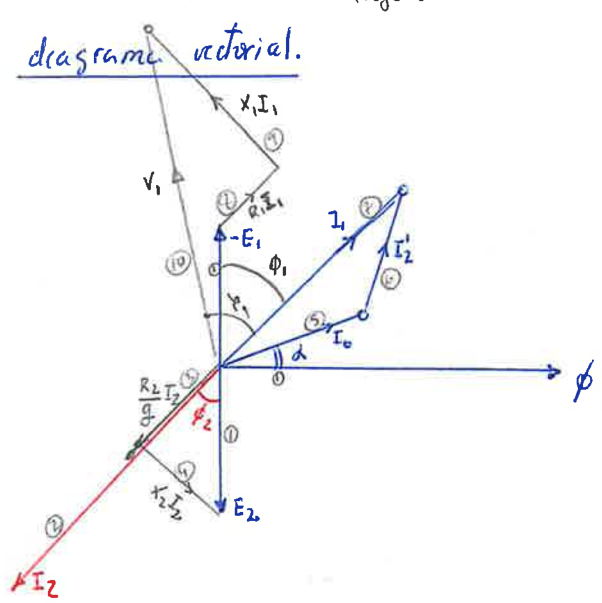
ESQUEMA EQUIVALENTE PARA EL MOTOR DE INDUCCIÓN

$$X_2' = X_2 K_a \cdot K_v = 2\pi f_1 \mathcal{L}_2 K_a \cdot K_v$$



I_0 = corriente de vacío

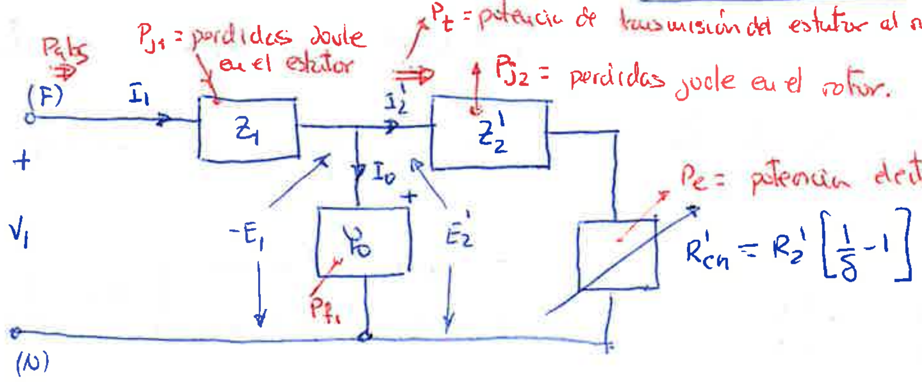
diagrama vectorial.



$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2}}$$

BALANCE DE POTENCIA DE UN MOTOR ASÍNCRONO.

esquema del motor asíncrono por fase. Potencia por fase.



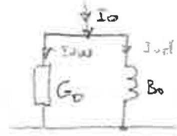
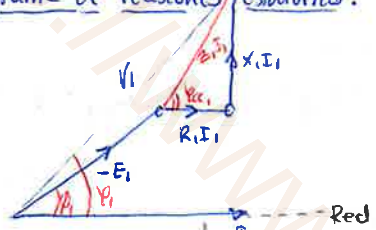
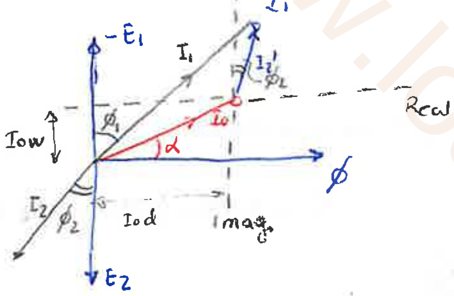


diagrama de tensiones estatórico.





sobre el eje real proyecto todos los vectores.

$V_1\cos\varphi_1 = -E_1\cos\phi_1 + R_1I_1$ multiplico por $q_1I_1 \Rightarrow q_1=3$

$3V_1I_1\cos\varphi_1 = 3[-E_1]I_1\cos\phi_1 + \underbrace{3R_1I_1^2}_{P_{J1}}$

$\boxed{P_{abs} = 3[-E_1]I_1\cos\phi_1 + P_{J1}}$

$\boxed{P_{abs} = 3V_1I_1\cos\varphi_1 = \sqrt{3}U_1I_1\cos\varphi_1}$ $\boxed{P_{J1} = 3R_1I_1^2}$

proyecto sobre el imaginario.

$I_0\operatorname{sen}\alpha + I_2'\cos\phi_2 = I_1\cos\phi_1$

$P_{abs} = 3[-E_1][I_0\operatorname{sen}\alpha + I_2'\cos\phi_2] + P_{J1}$

$P_{abs} = 3[-E_1]I_0\operatorname{sen}\alpha + 3[-E_1]I_2'\cos\phi_2 + P_{J1}$ $\boxed{3[-E_1]I_0\operatorname{sen}\alpha = 3[-E_1]I_{0w} = P_{f_1}}$

$\boxed{P_{abs} = P_{f_1} + \underbrace{3[-E_1]I_2'\cos\phi_2}_{P_t} + P_{J1}}$

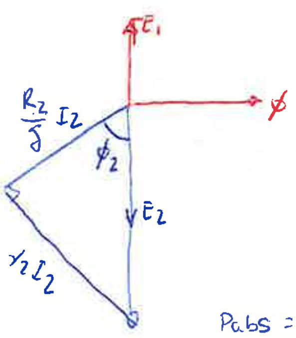
$P_t = 3[-E_1]I_2'\cos\phi_2 = 3E_1\frac{I_2}{K_v}\cos\phi_2 = \cancel{3}E_1I_2\frac{q_2n_2K_{d2}}{\underset{\cancel{3}}{q_1}n_2K_{d1}}\cos\phi_2$

$K_v = \frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1K_{d1}}{n_2K_{d2}}$

$= \cancel{3}E_2\frac{\cancel{n_1}\cancel{K_{d1}}}{\cancel{n_2}\cancel{K_{d2}}} \cdot I_2 \cdot \frac{q_2\cancel{n_2}\cancel{K_{d2}}}{\cancel{3}\cancel{n_1}\cancel{K_{d1}}}\cos\phi_2$

rotor.

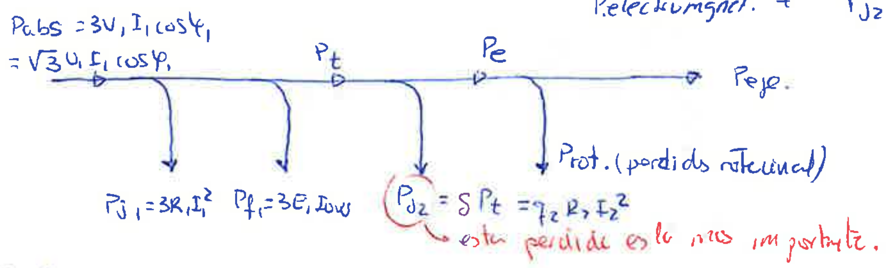
$\boxed{P_t = q_2E_2I_2\cos\phi_2}$

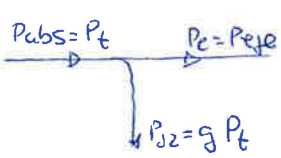


y como $R_{ch} = R_2\left[\frac{1}{s}-1\right]$ $R_{ch} = \frac{R_2}{s} - R_2$ $\frac{R_2}{s} = R_{ch} + R_2$.

$\cos\phi_2 = \frac{R_2I_2}{s}\cdot\frac{1}{E_2}$ $P_t = q_2\cancel{E_2}I_2\frac{R_2I_2}{s}\cdot\frac{1}{\cancel{E_2}}$ $\boxed{P_t = q_2I_2^2\frac{R_2}{s}}$

$P_t = q_2I_2^2[R_{ch} + R_2]$ $P_t = \underbrace{q_2R_{ch}I_2^2}_{P_{electromagnet.}} + \underbrace{q_2R_2I_2^2}_{P_{J2}}$ = perdida joule del rotor.





el rendimiento del motor sería.

$\eta = \frac{P_{eje}}{P_{abs}} = \frac{P_e}{P_t} = \frac{P_{abs} - P_{J2}}{P_{abs}} = 1 - \frac{P_{J2}}{P_{abs}} = 1 - \frac{P_{J2}}{P_t} = 1 - \frac{sP_t}{P_t}$.

entonces el rendimiento es $\boxed{\eta = 1 - s}$

por ejemplo una maquina con deslizamiento de 4% tiene un rendimiento del 96%.

Problema 30.19.

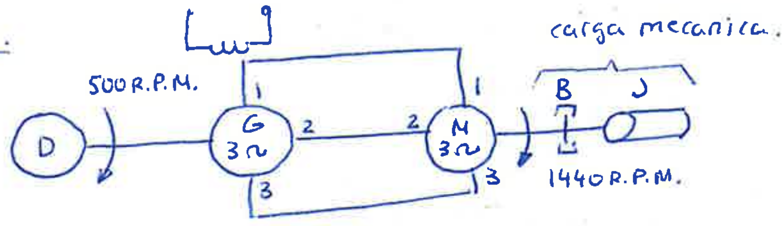
Un alternador trifásico de 12 polos está acoplado a una máquina que gira a 500 r.p.m. y alimenta a un motor de inducción que tiene una velocidad de 1440 r.p.m. Hallar el tanto por ciento de deslizamiento y el nº de polos del motor.

-o-

$p=6$ (12 polos $\Rightarrow$ 6 pares de polos) solución [4% 4 polos]

500 r.p.m.

1440 r.p.m.



$$f_1 = \frac{pN_1}{60} = \frac{6(500)}{60} = 50\,Hz$$

si $p=1$ la velocidad sincrona del motor

$$N_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000\,RPM.$$

si $p=2$ la velocidad sincrona del motor

$$N_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500\,RPM.$$

si $p=3$ la velocidad sincrona del motor

$$N_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000\,RPM.$$

entonces para $p=2$ tiene 1500 RPM. $\Rightarrow$ al tener $p=2$ hay $\boxed{4 \text{ polos.}}$

$$\boxed{s\% = \frac{N_1 - N_2}{N_1} \cdot 100 = \frac{1500 - 1440}{1500} \cdot 100 = 4\%}$$

Problema 30.20 Si la f.e.m en el estator de un motor de inducción de 8 polos tiene una frecuencia de 50 c/s y la f.e.m. en el rotor de 1·½ c/s. ¿a que velocidad gira el motor y cual es su deslizamiento?

-o-

8 polos $f_1 = 50\,Hz$ $(p=4)$ solu. [728 RPM, $s = 0'03$]

$f_2 = 1'5\,Hz$ $f_2 = s f_1$

$1'5 = s \cdot 50$ $\boxed{s = 0'03}$ en porcentaje $s\% = 3\%$

$$s = \frac{N_1 - N_2}{N_1} \rightarrow N_2 = N_1(1-s)$$

$$N_2 = \frac{60 f_1}{p}(1-s) \quad \boxed{N_2 = \frac{60 \cdot 50}{4}(1 - 0'03) = 727'5\,RPM.}$$

Problema 30.22.

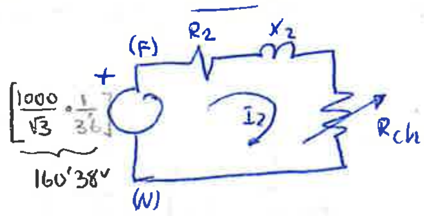
$\curlywedge$ 200^{cv} $1000V$ $25Hz$

$K = 3'6$

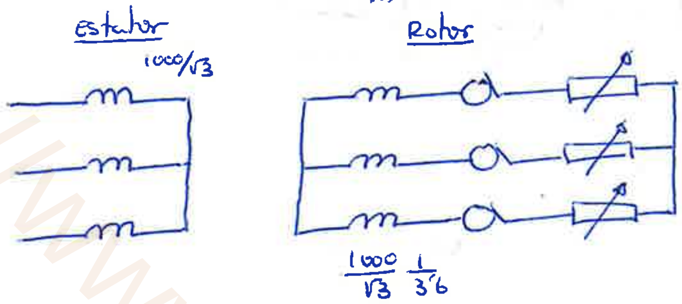
$R_2 = 0'01\ \Omega/f$

$\ell_2 = 0'64\ mH/f.$

/Rotor/



$K = 3'6 = K_a K_v$



solucion [1600A]

a)

$$X_2 = 2\pi f_1 \ell_2 = 2\pi \left[0'64 \cdot 10^{-3}\right] \left[\overset{f_1}{25}\right] = 0'101\ \Omega/f.$$

para pasar al henrios

arranque $g = 1$ $R_{ch} = 0$

$$\boxed{I_2 = \frac{V_2}{\sqrt{R^2 + X_2^2}} = \frac{\frac{1000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{3'6}}{\sqrt{0'01^2 + 0'101^2}} = \frac{\frac{1000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{3'6}}{0'101} = 1580'146^A}$$

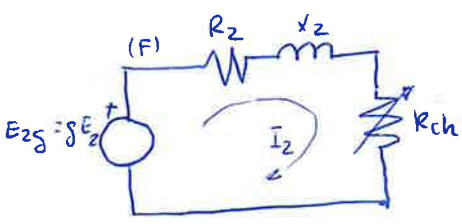
b) f.d. potencia del rotor en el arranque (sin resistencia variable) solucion [0'1]

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = \frac{0'101}{0'01} \qquad \cos\varphi_2 = 0'099 \simeq \boxed{0'1}$$

c) la corriente del rotor con el 3% de deslizamiento.

$3\% \rightarrow g = 0'03$

maquina en marcha.



$$I_2 = \frac{E_{2g}}{\sqrt{\underbrace{(R_2 + R_{ch})^2}_{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2} + X_2^2}} = \frac{\frac{1000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{3'6}}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + (0'101)^2}} = \frac{160'38^V}{0'35\ \Omega/f} =$$

Z_2

$$\boxed{I_2 = 460'47^A}$$

$$R_2 + R_{ch} = \frac{R_2}{g} = \frac{0'01}{0'03} = \frac{1}{3}\ \Omega/f$$

$X_2 = 0'101\ \Omega/f.$

d) el f.d.p del rotor para el 3% de deslizamiento.

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = \frac{0'101}{1/3} = 0'957 \simeq 0'86$$

$g = 1$ $N_2 = 0$

$$I_2 = \frac{\frac{1000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{3'6}}{\sqrt{\left[\frac{0'01}{1}\right]^2 + \left[2\pi 25 \cdot 0'64 \cdot 10^{-3}\right]^2}} = 1587'445^A$$

tiene una velocidad de plena carga de 1 440 r.p.m. Hallar el tanto por ciento de deslizamiento y el número de polos del motor.

[4% ; 4 polos]

20. Si la f.e.m. en el estátor de un motor de inducción de 8 polos tiene una frecuencia de 50 c/s y la f.e.m. en el rotor de $1\frac{1}{2}$ c/s, ¿a qué velocidad gira el motor y cuál es el deslizamiento?

[728 rev por min; 0,03]

21. Un motor de inducción trifásico tiene un devanado del estátor conectado en estrella, de 4 polos. El motor funciona con una alimentación de 50 c/s y 200 V entre fases. La resistencia y la reactancia en reposo del rotor, por fase, son de 0,1 Ω y 0,9 Ω, respectivamente. La relación entre las espiras del rotor y el estátor es de 0.67. Calcular: *a*) el par total para un deslizamiento del 4%; *b*) la potencia mecánica total para el 4% de deslizamiento; *c*) el par máximo; *d*) la velocidad para el par máximo, *e*) la potencia mecánica máxima. Demostrar la fórmula empleada, prescidiendo de la impedancia del estátor.

[*a*) 4,08 kg-m; *b*) 8,05 CV; *c*) 6,5 kg-m; *d*) 1 335 r.p.m.; *e*) 12,0 CV]

22. Un motor de inducción conectado en estrella de 200 CV, 1 000 V, 25 c/s, tiene un rotor de anillos deslizantes conectado en estrella con una relación de transformación de 3.6. La resistencia del rotor por fase es de 0.01 Ω y la inductancia de 0.64 mH. Pueden despreciarse las pérdidas en el estátor. Hallar *a*) la corriente de arranque del rotor, por fase, bajo la tensión normal, con los anillos de deslizamiento cortocircuitados, *b*) el factor de potencia del rotor en el arranque, *c*) la corriente del rotor con el 3% de deslizamiento, *d*) el f.d.p. del rotor con el 3% de deslizamiento, *e*) la resistencia exterior necesaria, por fase, para obtener una corriente de arranque en el estátor de 300 A aproximadamente.

[*a*) 1 600 A; *b*) 0,1; *c*) 460 A; *d*) 0,96; *e*) 0,1 Ω]

23. Un motor de inducción trifásico con el rotor conectado en estrella tiene una f.e.m. de 60 V entre anillos deslizantes en reposo y en circuito abierto, con la tensión normal aplicada al estátor. La resistencia y reactancia en reposo de cada fase del rotor son de 0.6 Ω y 4 Ω, respectivamente. Calcular la corriente por fase en el rotor *a*) cuando esté en reposo y conectado a un reóstato de conexión en estrella de 5 Ω de resistencia y 2 Ω de reactancia, por fase; *b*) cuando funcione cortocircuitado con un 4% de deslizamiento.

[*a*) 4,22 A; *b*) 2,22 A]

24. Un motor de inducción trifásico tiene un devanado en el

estátor de 4 polos, conectado en estrella, y funciona con una alimentación de 220 V, 50 c/s. La resistencia del rotor es de 0,1 Ω y la reactancia de 0,9 Ω. La relación entre las espiras del estátor y las del rotor es de 1,75. El deslizamiento a plena carga es del 5%. Calcular para dicha carga *a*) el par total, *b*) la potencia en caballos. Hallar también *c*) el par máximo, *d*) la velocidad para el par máximo.

[*a*) 4,28 kg-m, 31 lb-pie; *b*) 8,4 CV; *c*) 5,73 kg-m, 41,5 lb-pie; *d*) 1 330 rev por min]

25. Un motor de inducción trifásico conectado en estrella de 3 000 V, 24 polos, 50 c/s, tiene un rotor de anillos deslizantes de 0,016 Ω de resistencia y 0,265 Ω de reactancia en reposo, por fase. Se obtiene el par de plena carga a la velocidad de 247 r.p.m. Calcular *a*) la relación entre el par máximo y el de plena carga, *b*) la velocidad para el par máximo. Prescíndase de la impedancia del estátor.

[*a*) 2,61; *b*) 235 rev por min]

26. Un motor de inducción de anillos de deslizamiento gira a 290 r.p.m. a plena carga cuando se conecta a una alimentación de 50 c/s. Calcular *a*) el número de polos, *b*) el deslizamiento, *c*) el deslizamiento para el par de plena carga si se dobla la resistencia total del circuito del rotor.

[*a*) 20; *b*) 3,3%; *c*) 6,6%]

27. La resistencia y reactancia en reposo del rotor de un motor de inducción trifásico son, respectivamente, de 0,015 Ω y 0,09 Ω por fase. A la tensión normal el deslizamiento a plena carga es del 3%. Estimar el tanto por ciento de reducción en la tensión del estátor para desarrollar el par de plena carga a la mitad de la velocidad de plena carga. ¿Cuál es, entonces, el factor de potencia?

[22,5%; 0,31]

28. En una prueba de cortocircuito, un motor de inducción trifásico de 12 polos, 50 c/s, con una resistencia equivalente del rotor en reposo, igual a la resistencia del estátor, absorbió 250 A y 100 kW. Hallar el par de arranque desarrollado.

[705 lb-pie]

29. Los datos que siguen se refieren a un motor de inducción trifásico conectado en triángulo de 12 polos, 420 V, 50 c/s: $R_1=2{,}95$, $X_1=6{,}82$, $R'_2=2{,}08$, $X_2'=4{,}11$ Ω por fase. En vacío, el valor, por fase, de la corriente de magnetización es de 6.7 A, y la pérdida total en el núcleo es de 269 W. Determinar el f.d.p., la corriente de entrada, la corriente del rotor equivalente y el par del motor para un deslizamiento del 3%, a partir de *a*) el circuito equivalente «aproximado», *b*) el circuito equivalente «rígido».

[*a*) 0,78; 13,0 A; 5,75 A por fase; 97 lb-pie;
b) 0,78; 11,9 A; 5,35 A por fase; 83,5 lb-pie]

$I_1 = 300A.$

$$I_1 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_2' + R_{ext})^2 + (X_2')^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{(K_v^2 R_2 + R_{ext})^2 + (K_v^2 X_2)^2}} = \frac{\frac{1000}{\sqrt{3}}}{\sqrt{(3'6^2 \cdot 0'01 + R_{ext})^2 + (3'6^2 \cdot 0'101)^2}} = 300$$

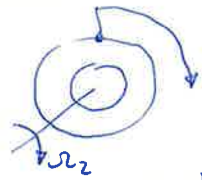
$(0'1296 + R_{ex})^2$

PAR MOTOR.

Ω_1 velocidad de giro del campo magnetico del estator

Ω_2 " " " " " " " rotor (o del motor) $\Omega_2 = \Omega_1(1-s)$

$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}$

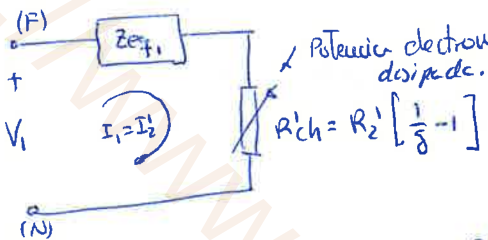


$\Omega_1 = \frac{w_1}{p} = \frac{\text{pulsación de corriente}}{\text{pares de polos}}$ $w_1 = 2\pi f_1$

por lo tanto el par electromagnetico o par mecanico bruto es $C_e = \frac{P_e}{\Omega_2}$ → potencia electromagnetica.

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega_2} = \frac{m_2 R'_{ch} I'^2_2}{\Omega_2} = \frac{m_2 R'_2\left[\frac{1}{s}-1\right]\cdot I'^2_2}{\Omega_1(1-s)} = \frac{m_2 R'_2\left[\frac{1}{s}-1\right] I'^2_2}{\frac{w_1}{p}(1-s)} = \frac{p\, m_2 R'_2 I'^2_2}{s\, w_1}$$

m_2 = nº fase del rotor normalmente son tres.



como $I'_2 = \dfrac{V_1}{\sqrt{\left(R_1+\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (\underbrace{x_1+x'_2}_{x_{cc}})^2}}$

sustituyendo: $C_e = \frac{p\, m_2 R'_2}{s\, w_1} \cdot \frac{V_1^2}{\left(R_1+\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (x_{cc})^2}$

$$\boxed{C_e = \frac{K R'_2}{s\left[\left(R_1+\frac{R'_2}{s}\right)^2 + x_{cc}^2\right]}} \quad (1)$$

ecuación del par.

$K = \frac{p\, m_2 V_1^2}{w_1}$ = cte V_1 = cte f_1 = cte.

• hagamos $\frac{dC_e}{ds} = 0$

$$C_e = \frac{K R'_2}{s\left[R_1^2 + \frac{R'^2_2}{s^2} + 2R_1\frac{R'_2}{s} + x_{cc}^2\right]} = \frac{K R'_2}{s R_1^2 + \frac{R'^2_2}{s} + 2R_1 R'_2 + s\, x_{cc}^2}$$

$\frac{dC_e}{ds} = -\dfrac{R_1^2 - \frac{R'^2_2}{s^2} + x_{cc}^2}{\text{denominador al cuadrado.}}$ $R_1 - \frac{R'^2_2}{s} + x_{cc}^2 = 0$

$$\boxed{s = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + x_{cc}^2}}}$$

valor del deslizamiento para obtener el par maximo

sustituyendo en la ecuación (1) se obtiene

$$\boxed{C_{e\,max} = \frac{K}{2\left[\sqrt{R_1^2 + x_{cc}^2} + R_1\right]}}$$

tensión par maximo.

- cuando despreciamos la resistencia R_1 del estator frente al del rotor R_2'
- " " " reactancia x_1 del " " " " " x_2'

el deslizamiento quedaría $s = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + x_{cc}^2}} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (x_1 + x'_2)^2}} \simeq \frac{R'_2}{x'_2}$

se desprecia.

$R'_2 = s\, x'_2$

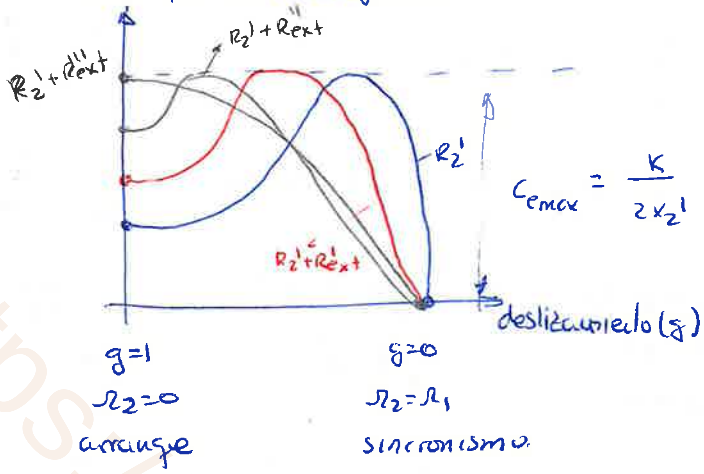
$R'_2 = x'_2 s$.

Se desprecia porque la impedancia del rotor es mucho mayor al del estator.

entonces el par quedaría $\boxed{C_{e\,max} = \frac{K}{2\left[\sqrt{R_1^2 + x_{cc}^2} + R_1\right]} \simeq \frac{K}{2x'_2}}$

CURVA DE PAR. considerando la resistencia rotorica.

(C_e) par electromagnetico



al arranque el motor va eliminando resistencia hasta quedar en la grafica de R_2'

Un motor de indu. trifásico tiene un devanado del estator conectado en $\curlywedge$ de 4 polos. El motor funciona con una alimentación de 50 c/s y 200 V en fases. La resistencia y la reactancia ~~en~~ reposo del rotor, por fase, son de 0'1 Ω y 0'9 Ω, respectivamente. La relación entre las espiras del rotor y el estator es de 0'67.

[PROBLEMA 3c. 21]

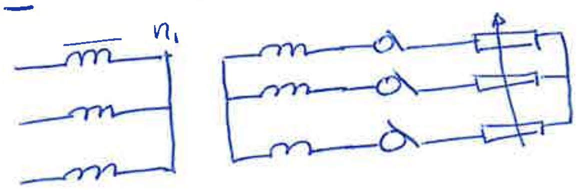
Calcular: a) el par total para un deslizamiento de 4%. $\frac{n_2}{n_1} = 0'67$

b) la potencia mecánica total para el 4% del deslizamiento.

c) el par máximo

— o —

$\curlywedge$ $p = 2$ $50Hz = f_1$ $200^V = V_1$



$R_2 = 0'1 \Omega/f$. $X_2 = 0'9 \Omega/f$

$K = \frac{n_2}{n_1} = 0'67$ $K_V = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{0'67}$

— o —

a) ¿calcular el par electromagnético para $s = 0'04$? (solución 4'08 Kg·m.)

b) potencia electromagnética total [solución 8'08 CV]

c) ¿par Ce_{max}? solución 6'5 Kg·m

— o —

$K_V = \frac{1}{0'67} = 1'49.$ $R_2' = K_V^2 R_2 = (1'49)^2 \cdot 0'1 = 0'223 \, \Omega/f$

$X_2' = K_V^2 X_2 = (1'49)^2 (0'9) = 2'005 \, \Omega/f$

$$K = \frac{p \cdot \overset{\text{número de fase}}{m_2} V_1^2}{W_1} = \frac{2 \cdot 3 \left(\frac{200}{\sqrt{3}}\right)^2}{2\pi 50} = 254'648$$

c) $$\boxed{Ce_{max}} = \frac{K}{2X_2'} = \frac{254'648}{2(2'005)} = 63'503 \, Nm = \frac{63'503}{9'81} \, Kg\text{-}m = \boxed{6'473 \, Kg \cdot m}$$

a) $$\boxed{Ce} = \frac{K R_2'}{s\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + X_{cc}^2\right]} = \frac{K R_2'}{s\left[\left(\frac{R_2'}{s}\right)^2 + X_2'^2\right]} = \frac{(254'648)(0'223)}{0'04\left[\left(\frac{0'223}{0'04}\right)^2 + 2'005^2\right]} =$$

$(X_1 + X_2')$ — se desprecia — $\left(\frac{0'223}{0'04}\right)^2 = 31'081$

$$= 40'445 \, Nm = \frac{40'445}{9'81} \, Kg\text{-}m = \boxed{4'123 \, Kg \cdot m}$$

b) $$\boxed{Pe} = Ce \, \Omega_2 = Ce \frac{W_1}{p}[1 - s] = Ce \frac{2\pi f_1}{p}[1 - s] =$$

p = pares de polos.

$$40'445 \, Nm \cdot \frac{2\pi 50}{2}[1 - 0'04] = 6098'962 \, W = \frac{6098'962}{740} = \boxed{8'242 \, CV}$$

$$\eta = \frac{P_{eje}}{P_{abs}} = \frac{P_e}{P_t} = \frac{P_{abs} - P_{j2}}{P_{abs}} = 1 - \frac{P_{j2}}{P_{abs}} = 1 - \frac{P_{j2}}{P_t} = 1 - \frac{s P_t}{P_t} = 1 - s \qquad \eta = 1 - s.$$

(11) La entrada de un motor de inductor trifásico es de 60 kW. Las pérdidas totales en el estator son 1 kW (pérdidas en el hierro y en el cobre del estator). Hallar la potencia mecánica total desarrollada y la pérdida en el cobre del rotor por fase, si el motor gira con un deslizamiento del 3%.

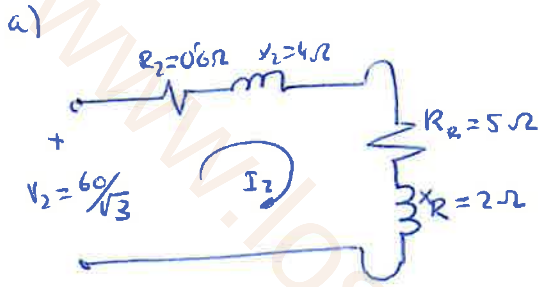
$P_i = 60\,kW \qquad P_{j1} + P_{f1} = P_1 = 1\,kW \qquad P_t = P_i - P_1 = 60 - 1 = 59\,kW$

$P_{j2} = s\,P_t = (0'03)(59) = 1'77\,kW \qquad P_{j2}/f = P_{j2}/3 = 1'77/3 = \underline{0'59\,kW}$

$P_e =$ pot. mecánica bruta $= \eta\,P_t = (1-s) \cdot P_t = (1-0'03)\,59 = \boxed{57'3\,kW}$

30.23. Un motor de inducción trifásico con el rotor conectado en estrella tiene una f.e.m. de 60V entre anillos deslizantes en reposo y en circuito abierto, con la tensión normal aplicada al estátor. La resistencia y reactancia en reposo de cada fase del rotor son de 0'6 Ω y 4 Ω respectivamente. Calcular la corriente por fase en el rotor a) cuando esté en reposo y conectado a un reóstato de conexión en estrella de 5Ω de resistencia y 2Ω de reactancia, por fase; b) cuando funcione cortocircuitado con un 4% de deslizamiento. [a) 4'22A, b) 2'22A]

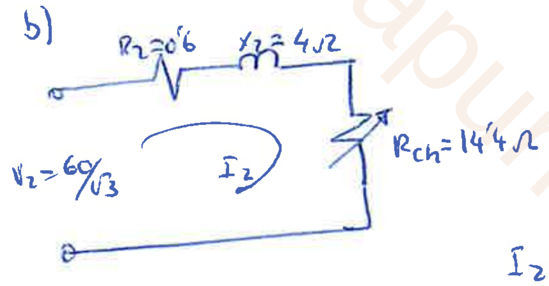
a)



$$I_2=\frac{V_2}{\sqrt{(R_2+R_R)^2+(X_2+X_R)^2}}=\frac{60/\sqrt{3}}{\sqrt{5'6^2+6^2}}$$

$$\boxed{I_2=4'22A}$$

b)



$$R_{ch}=\overset{R_2}{0'6}\left[\frac{1}{s}-1\right]=0'6\left[\frac{1}{0'04}-1\right]=14'4\Omega$$

$$R_2+R_{ch}=\frac{R_2}{s}=\frac{0'6}{0'04}=15\Omega$$

$$I_2=\frac{V_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2+X_2^2}}=\frac{60/\sqrt{3}}{\sqrt{15^2+4^2}}=\boxed{2'23A}$$

30.25. Un motor de inducción trifásico conectado en estrella de 3000V, 24 polos, 50 c/s, tiene un rotor de anillos deslizantes de 0'016 Ω de resistencia y 0'265 Ω de reactancia en reposo, por fase. Se obtiene el par de plena carga a la velocidad de 247. r.p.m. Calcular a) la relación entre el par máximo y el de plena carga. b) la velocidad para el par máximo. Prescíndase de la impedancia del estator.

[a) 2'61 ; b) 235 r.p.m].

30.24. Un motor de inducción trifásico tiene un debanado en el estator de 4 polos, conectado en estrella, y funciona con una alimentación de 220V, 50 Hz. La resistencia del rotor es de 0'1Ω y la reactancia de 0'9Ω. La relación entre las espiras del estátor y las del rotor es de 1'75. El deslizamiento a plena carga es del 5%. Calcular para dicha carga:

$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1'75}$

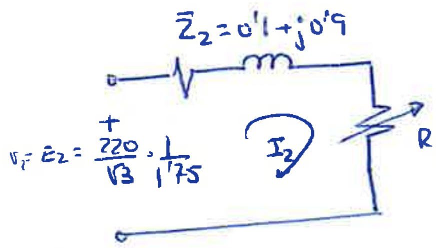
a) el par total.

b) la potencia en caballos

Hallar tambien

c) el par máximo

d) la velocidad para el par max.



$R_{ch} = R_2 \left[\frac{1}{0'05} - 1\right] = 1'9\Omega$

— o —

a) $C_e = \frac{P_e}{\Omega_2} = \frac{\overset{m}{3} R_{ch} I_2^2}{\Omega_1 (1-g)}$; $I_2 = \frac{220/\sqrt{3}}{1'75 \sqrt{\left(\frac{0'1}{0'05}\right)^2 + (0'9)^2}} = 33'09^A$

$P_e = 3 \cdot (1'9)(33'09)^2 = 6241'20W.$ $\quad N_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{3000}{2} = 1500$; $\Omega_1 = 2\pi N_1 =$

$\Omega_1 = 2\pi \cdot \frac{1500}{60} = 157'8 \text{ rad s}^{-1}$ $\quad \Omega_2 = \Omega_1 (1-g) = 157'8 (1-0'05) = 149'23 \text{ rad s}^{-1}$

$C_e = \frac{P_e}{\Omega_2} = \frac{6241'20W}{149'23 \text{ rad s}^{-1}} = 41'82 \text{ Nm} = \frac{41'82}{9'81} = \text{Kgm}$ $\quad \boxed{C_e = 4'26 \text{ Kg}\cdot\text{m}}$

b) $P_0 = P_e = 6241'20 \text{ W} = 6241'20 / 746 \text{ CV} = \boxed{8'37 \text{ CV}}$

c) para tener el par maximo debe ser $g X_2 = R_2$ $\quad 0'9 g = 0'1$ $\quad g = 0'11$

$\Omega_2 = \Omega_1 (1-g)$ $\quad \Omega_2 = 157'08 (1-0'11) = 139'80 \text{ rad s}^{-1}$

$I_2 = \frac{220/\sqrt{3} \cdot 1'75}{\sqrt{\left(\frac{0'1}{0'11}\right) + (0'9)^2}} = 56'79^A$ $\quad R_{ch} = R_2 \left[\frac{1}{g_m} - 1\right] = 0'1 \left[\frac{1}{0'11} - 1\right] = 0'8\Omega$

$P_{emax} = \underset{m}{3} \cdot \underset{R_{ch}}{(0'8)} \underset{I_2^2}{(56'79)^2} = 7740'25^W$

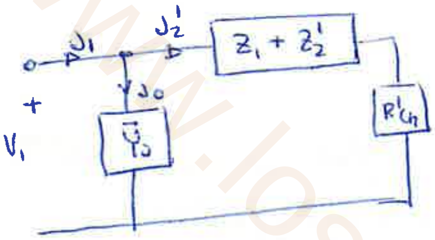
$C_{emax} = \frac{P_{emax}}{\Omega_2} = \frac{7740'15^W}{139'80} = 55'37^{Nm} = \boxed{5'64 \text{ Kgm}}$

d) $\boxed{N_2 = N_1 (1-g) = 1500(1-0'11) = 1335 \text{ RPM.}}$

30.29. Los datos que siguen se refieren a un motor de inducción trifásico conectado en triángulo de 12 polos, 420V, 50 c/s: $R_1 = 2'95$, $X_1 = 6'82$, $R_2' = 2'08$, $X_2' = 4'11\Omega$ por fase. En vacío, el valor, por fase, de la corriente de magnetización es de 6'7A, y la pérdida total en el núcleo es de 269w. Determinar el f.d.p., la corriente de entrada, la corriente del rotor equivalente y el ~~par~~ par motor para un deslizamiento de 3%, a partir de a) el circuito equivalente "aproximado", b) el circuito equivalente "rígido".

$\left[\begin{array}{l} a)\ 0'78;\ 13\ A;\ 5'75A \text{ por fase};\ 97\ lb\text{-pie}. \\ b)\ 0'78;\ 11'9A;\ 5'35A \text{ por fase};\ 83'5\ lb\text{-pie} \end{array}\right.$

a) con circuito equivalente aproximado.



$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1 \quad \bar{Z}_2' = R_2' + jX_2' \quad R'_{ch} = R_2'\left[\frac{1}{s} - 1\right]$

$R'_{ch} = 2'08\left[\frac{1}{0'03} - 1\right] \Rightarrow R'_{ch} = 67'25\,\Omega.$

$\bar{J}_2' = \dfrac{\bar{V}_1}{(R_1 + R_2' + R'_{ch}) + j(X_1 + X_2')} = \dfrac{420\angle 0°}{72'28 + j10'93}$

$J_2' = 5'75\angle -8'60° \quad \boxed{J_2' = 5'75\,A}$ por fase.

$J_0 = \dfrac{I_0}{\sqrt{3}} = \dfrac{6'7}{\sqrt{3}} = 3'87A \quad P_{vf}$ = pot. activa de vacío por fase. $P_{vf} = G_0 V_1^2 \Rightarrow \dfrac{269}{3} = G_0 \cdot 420^2$

$G_0 = 5'1 \cdot 10^{-4}\,S$ (siemens) $\quad Y_0 = \dfrac{J_0}{V_1} = \dfrac{3'87}{420} = 92'14 \cdot 10^{-4}\,S$ (siemen).

$\cos\varphi_0 = \dfrac{G_0}{Y_0} = 0'055 \quad \varphi_0 = 86'85° \quad \bar{J}_1 = \bar{J}_0 + \bar{J}_2' = 3'87\angle -86'85° + 5'75\angle -8'6°$

$= 5'90 - j4'72 = 7'55\angle -38'66°$

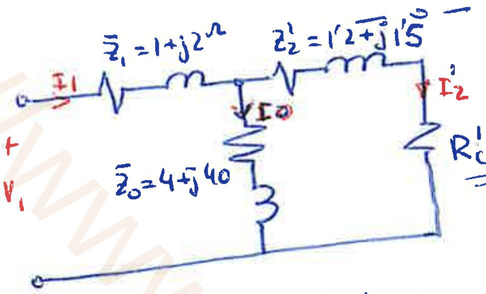
$I_1 = J_1\sqrt{3} \Rightarrow \cancel{I_1 = 3'87\angle -86'85°} \quad \boxed{I_1 = 7'55\sqrt{3} = 13'08A} \quad \boxed{\cos\varphi_1 = \cos 38'66 = 0'78}$

$P_e = 3R'_{ch} \cdot J_2'^2 = (3)(67'25)(5'75)^2 = 6670'36\,W \quad \Omega_2 = 2\pi N_2 = 2\pi N_1(1-s) = 2\pi \frac{f_1}{p}(1-s)$

$\Omega_2 = 2\pi\frac{50}{6}(1 - 0'03) = 50'79\ rad\,s^{-1} \quad C_e = \dfrac{P_e}{\Omega_2} = \dfrac{6670'36\,W}{50'79} = 134'33\ Nm = \dfrac{131'33}{1'356}\ lb\text{-}ft$

$\boxed{C_e = 96'85\ lb\,ft}$

30.30. Un motor de inducción trifásico conectado en estrella, de 400V, tiene un circuito en T equivalente, que consiste en una impedancia del estator de $1+j2\Omega$, una impedancia equivalente del rotor, en reposo, de $1'2+j1'5\Omega$ y una impedancia de derivación magnetizante de $4+j40\Omega$ por fase. Determinar la corriente, el rendimiento, el f.d.p. y la salida cuando el deslizamiento es del 5%. Supóngase una pérdida por fricción de 250 W. [10,8A ; 80'8% ; 0'815; 6'7CV].



$$R'_{ch} = 1'2\left[\frac{1}{0'05}-1\right] = 22'8\Omega$$

$$Z'_2 + R_{ch} = 24 + j1'5 = 24'05\,\angle 3'58$$

$$\frac{(\bar{Z}'_2 + R'_{ch})Z_0}{Z'_2 + R_{ch} + Z_0} = \frac{\overbrace{(24'05\,\angle 3'58)(4+j40)}^{40'20\,\angle 84'29^\circ}}{\underbrace{(24+j1'5)+(4+j40)}_{50'06\,\angle 55'99}} = 19'31\,\angle 31'88 = 16'40+j10'20$$

$$\bar{Z}_t = \bar{Z}_1 + \frac{(\bar{Z}'_2 + R'_{ch})Z_0}{Z'_2 + R_{ch} + Z_0} = 17'40 + j12'20 = 21'25\,\angle 35'04^\circ$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_t} = \frac{\frac{400}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ}{21'25\,\angle 35'04^\circ} = \boxed{10'87\,\angle -35'04}$$

$$\bar{I}'_2 = \bar{I}_1 \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_0 + \bar{Z}'_2 + R'_{ch}} = 10'87\,\angle -35'04 \cdot \frac{\overset{84'29}{40'20\,\angle 84}}{\underset{55'29}{50'06\,\angle 55}}$$

$$\bar{I}'_2 = 8'73\,\angle -6'04^\circ$$

$$P_e = 3R'_{ch}\cdot I'^2_2 = 3\cdot(22'8)(8'73)^2 = 5212'96\,W \qquad P_{eje} = P_e - P_{fric} = 5212'96 - 250 =$$

$$P_{eje} = 4962'96\,W = \overline{6'66\,CV}$$

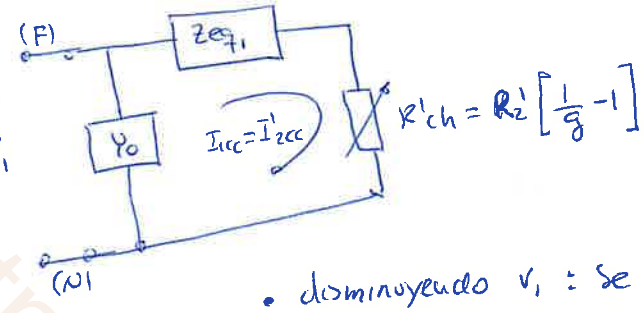
$$P_i = \sqrt{3}\,V I_1 \cos\varphi_1 = \sqrt{3}(400)(10'87)\cos(35'04) = 6165'98\,W$$

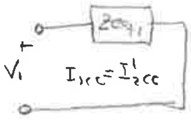
$$\eta\% = \frac{P_{eje}}{P_i}\cdot 100 = \frac{4962'96}{6165'98}\cdot 100 = \boxed{80'49\%}$$

$$\cos\varphi_1 = \cos(35'04) \quad \boxed{\cos\varphi_1 = 0'819}$$

PUESTA EN MARCHA DEL MOTOR ASÍNCRONO o ARRANQUE DEL MOTOR ASÍNCRONO

esquema por fase de la maquina,





$g=1$ arranque $\Rightarrow R'_{ch}=0$

I'_{2cc} es una corriente fuerte $\Rightarrow I'_{2cc} = I_{1cc}$. Hay que limitar esta corriente:

- disminuyendo V_1: se puede hacer
  - (a) Resistencia serie estator
  - (b) autotransf.
  - (c) $\lambda\Delta$

o

- Aumenta resistencia R_2 del rotor (motores inducción de anillos) es solamente para anillos rozantes.

Par transmisión (C_t). hablando por fase.

$P_{J2} = g\, P_t = g\, C_t \Omega_1 = g\, C_t \cdot \frac{w_1}{p}$

w_1 = velocidad angular.

Ω_1 = velocidad sincrona

P_{J2} = perdidas Joule en el rotor

P_t = P. transmisión

$P_{J2} = R_2 I_2^2$

$R_2 I_2^2 = g\, C_t \frac{w_1}{p}$ $\quad C_t = \frac{R_2 I_2^2 p}{g\, w_1} = K\frac{I_2^2}{g}$

R_2, p cte de maquina.

$w_1 = 2\pi f_1$ cte $\quad K = \frac{R_2 p}{w_1}$

$$\boxed{C_t = K\frac{I_2^2}{g}}$$

$C_t = \frac{K I_2^2}{g}$

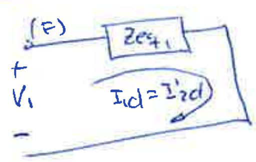
- par transmisión arranque $g=1$ $\quad C_{td} = \frac{K I_{2d}^2}{\cancel{g}=1} = K I_{2d}^2$
  - I_{2d} = corriente de arranque
  - $I'_{2d} = I'_{2cc}$ / $I_{1d} = I'_{2d}$ /
- par transmisión régimen nominal. $\rightarrow C_{tn} = K\frac{I_{2n}^2}{g_n}$
  - I_{2n} = corriente nominal
  - g_n = deslizamiento nominal
  - C_n = par transmisión nominal.

$\frac{C_{td}}{C_{tn}} = \left[\frac{I_{2d}}{I_{2n}}\right]^2 g_n$

$$\boxed{\frac{C_{td}}{C_{tn}} = \left[\frac{I_{1d}}{I_{1n}}\right]^2 g_n}$$

esquema equivalente. (analisis por fase)

$C_{td} \longrightarrow I_{1d}$

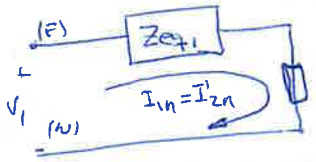


arranque (a plena tensión)

$g=1$

marcha nominal.

$C_{tn} \longrightarrow I_{1n}$

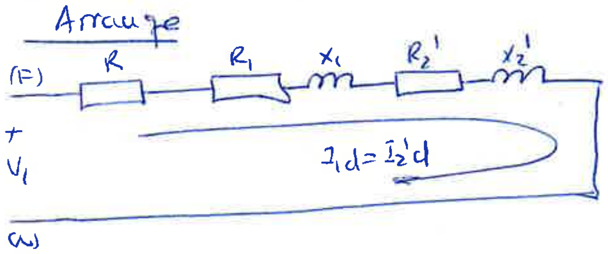


Ejemplo de atrás: $\quad \frac{I_{1d}}{I_{1n}} = 2 \quad g_n\% = 5\% \quad K_{\lambda\Delta} = \sqrt{3}$.

$\frac{C_{td}}{C_{tn}} = \left[\frac{I_{1d}}{I_{1n}}\right]^2 K_{aut}^2\, g_n \quad \frac{C_{td}}{C_{tn}} = [2]^2[\sqrt{3}]^2 0'05 = 0'6$ No puede arrancar. Podemos arrancar en vacío y luego acoplar la maq. mecanico o aumentamos la corriente $\frac{I_{1d}}{I_{1n}}$ y así podra arrancar.

ⓐ con resistencia estatórica.

Arranque

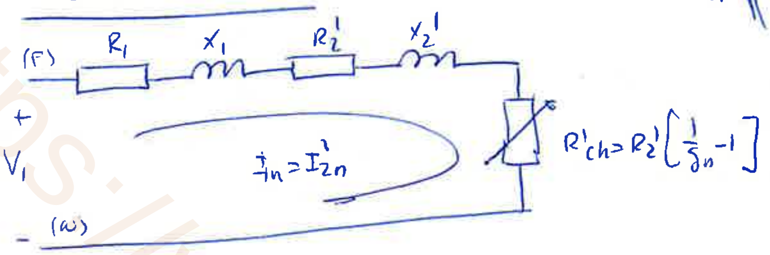


impedancia de arranque

$t = 0^+$ $\quad Z_d = \sqrt{(R + R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}$

corriente de arranque $\rightarrow I_{1d} = \dfrac{V_1}{Z_d} \rightarrow C_{td} = K I_{1d}^2$

marcha nominal.



$$Z_n = \sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{g_n}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2}$$

$$I_{1n} = \frac{V_{1n}}{Z_n} \rightarrow C_{tn} = K \frac{I_{1n}^2}{g_n}$$

Ejemplo. ¿cuánto vale la relación par de arranque par nominal? $\dfrac{I_{1d}}{I_{1n}} = 2 \quad g_n\% = 5\%$.

$$\frac{C_{td}}{C_{tn}} = \left(\frac{I_{1d}}{I_{1n}}\right)^2 g_n \qquad \frac{C_{td}}{C_{tn}} = (2^2)\cdot(0'05) = 0'2$$

el par de arranque es 0'2 veces el par nominal.

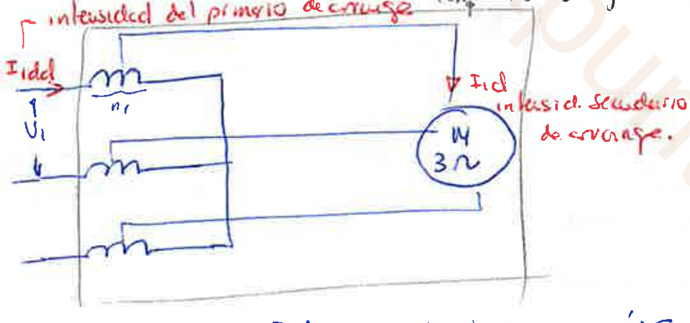
Si el par de $C_{td} \neq C_{tn}$ no es posible el arranque tiene que ser al menos iguales.

En este caso $C_{td} = 0'2\, C_{tn}$ y no es posible el arranque.

ⓑ Arranque por autotransformador reductor.

intensidad del primario de arranque

como un bloque rayado.



$I_{1d} = K\, I_{1dd}$

$$\boxed{\frac{C_{td}}{C_{tn}} = \left[\frac{I_{1d}}{I_{1n}}\right]^2 g_n = \left[\frac{I_{1dd}}{I_{1n}}\right]^2 K_{aut}^2\, g_n}$$

$K_{aut} = \dfrac{n_1}{n_2} > 1$ al ser > 1 es reductor.

Ejemplo: $\dfrac{I_{1d}}{I_{1n}} = 2 \quad K_{aut} = 3 \quad g_n = 0'05$

$$\frac{C_{td}}{C_{tn}} = [2]^2 \cdot [3]^3 \cdot 0'05 = 1'8$$

el par de arranque es 1'8 veces el par nominal.

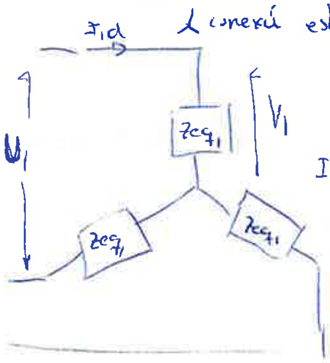
la maquina puede arrancar porque es superior a 1.

Ejemplo Resistencia estator. $\dfrac{C_{td}}{C_{tn}} = 1'8 = \left[\dfrac{I_{1dd}}{I_n}\right]^2 0'05 \rightarrow 6 = \left[\dfrac{I_{1d}}{I_{1n}}\right]$ no lo permite la compañía suministradora.

ⓒ λΔ solo es valido para aquellos motores que en su marcha nominal vaya conectado en triangulo. Supongamos un motor $\underset{\Delta}{220^V}/\underset{\lambda}{380^V}$

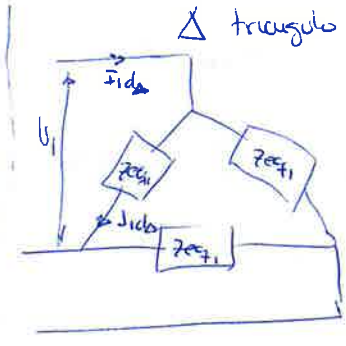
antes de conectarlo en Δ lo conecto en λ ⇒ entonces arranque con tensión reducida.

λ conexión estrella



$I_{1d} = \dfrac{U_1/\sqrt{3}}{Ze_{q1}}$

Δ triangulo



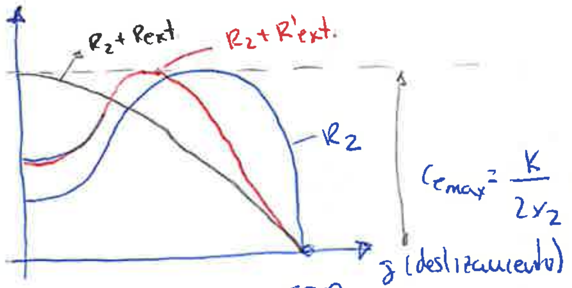
$$I_{1d\Delta} = \frac{U_1}{Ze_{q1}} \qquad I_{1d\Delta} = \sqrt{3}\, J_{1d\Delta} = \frac{\sqrt{3}\, U_1}{Ze_{q1}}$$

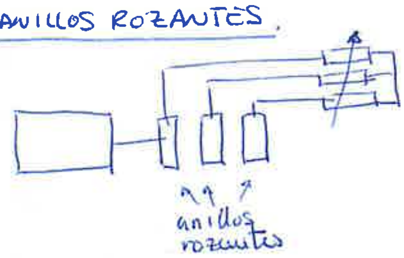
$$\frac{I_{1d\lambda}}{I_{1d\Delta}} = \frac{\cancel{U_1}}{\sqrt{3}\, \cancel{Ze_{q1}}} \cdot \frac{\cancel{Ze_{q1}}}{\sqrt{3}\, \cancel{U_1}} \qquad \boxed{I_{1d\lambda} = \frac{1}{3} I_{1d\Delta}}$$

la intensidad en el arranque en λ se reduce un tercio, a la que le corresponde al arranque en Δ.

CURVA PAR DESLIZANTE DE UN MOTOR DE ANILLOS ROZANTES.

(C_e) par electromagnetico.





$C_{e_{max}} = \dfrac{K}{2x_2} = cte \qquad K = \dfrac{p\, m_2 V_1^2}{2\pi\, \phi_1} = cte$

g=1 arranque

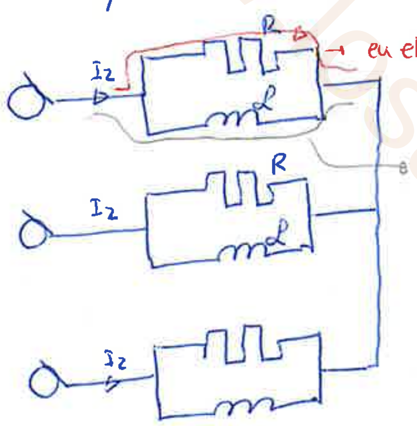
g=0 sincronismo

el par maximo es R_2+R_{ext} $\qquad g_{C_{max}} = \dfrac{R_2}{x_2}$ deslizamiento del par maximo.

Cuando esta en arranque entonces g=1, para que g valga = 1 conviene $R_2 = x_2$

Nos interesa limitar la corriente de arranque significa aumentar la resistencia del rotor

Supongamos que los anillos rozantes lo conectamos en paralelo de una resistencia pura y reactancia pura. CIRCUITO RL paralelo.



→ en el arranque la corriente circula por la resistencia para que arranque con un buen par.

$x = 2\pi f_2 L$

en marcha nominal la corriente circula por la bobina.

Al arrancar circula corriente por la resistencia y luego se va desplazando hasta circular por la bobina y se encontrara en marcha nominal.

$$f_2 = g f_1 \begin{cases} g=1 & f_2 = f_1 \text{ (fuerte) Arranque } 50Hz = f_1 \quad f_2 = 50Hz \quad x = \text{fuerte} \\ g=0'05 & f_2 = 0'05 f_1 \text{ marcha nominal } f_1 = 50Hz \quad f_2 = 25Hz \quad x = \text{debil o baja} \end{cases}$$

reactancia inductiva (x = fuerte)

Relación par de
Arranque y par nominal.

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega_2} = \frac{m_2 R_2' \left[\frac{1}{s}-1\right] I_2'^2}{\Omega_1 [1-s]} = \frac{m_2 R_2' I_2'^2}{s\,\Omega_1}$$

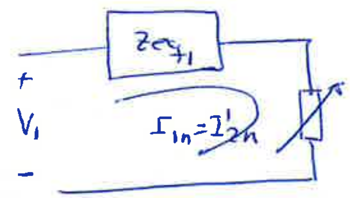
$$= \frac{m_2 R_2'}{s\,\Omega_1} \cdot \frac{V_1^2}{\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2\right]}$$

$$\frac{m_2 R_2'}{\Omega_1} = cte = K$$

$$\boxed{C_e = K \frac{V_1^2}{s\left[R_1 + \frac{R_2'}{s}\right]^2 + (x_{eq_1})^2}}$$

ⓐ Regimen nominal s_n

$$C_{en} = \frac{K V_1^2}{s_n\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s_n}\right)^2 + x_{eq_1}^2\right]} \qquad I_{1n} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2}}$$



$$R_{ch}' = R_2' \left[\frac{1}{s_n} - 1\right]$$

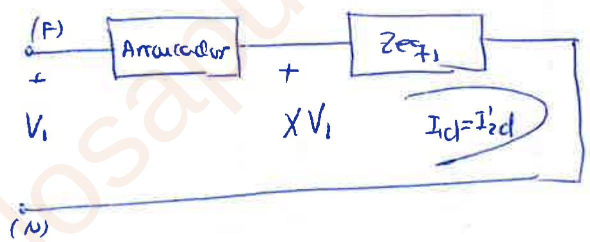
ⓑ arranque con arrancador. $s = 1$ $x < 1$ reactancia inductiva.

$$C_{ed} = \frac{K [x V_1]^2}{(R_1 + R_2')^2 + (x_1 + x_2')^2}$$

$(R_1 + R_2') \to R_{eq_1}$; $(x_1 + x_2') \to x_{eq_1}$

$$I_{1d} = \frac{x V_1}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (x_1 + x_2')^2}}$$

intensidad de arranque.

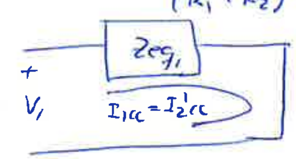


ⓒ arranque a plena tensión $s = 1$

$$C_{cc} = \frac{K V_1^2}{(R_1 + R_2')^2 + (x_1 + x_2')^2}$$

par de arranque en regimen de corto

$$I_{1cc} = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (x_1 + x_2')^2}}$$



$$\frac{C_{ed}}{C_{en}} = \frac{\cancel{K}(x\,V_1)^2}{(R_1 + R_2')^2 + (x_1 + x_2')^2} \cdot \frac{s_n\left[\left(R_1 + \frac{R_2}{s_n}\right)^2 + (x_1 + x_2')^2\right]}{\cancel{K}\,V_1^2}$$

$\to I_{1cc}^2$ $\to \left[\frac{1}{I_{1n}}\right]^2$

$$\boxed{\frac{C_{ed}}{C_{en}} = x^2 \left[\frac{I_{1cc}}{I_{1n}}\right]^2 s_n.}$$

32.17. Determinar aproximadamente el par de arranque de un motor de inducción en función del par de plena carga, cuando se pone en marcha por medio de a) un conmutador λ-Δ b) un autotransformador con toma al 50%. Prescindiendo de la corriente de magnetización. La corriente de cortocircuito del motor a la tensión normal es 5 veces la corriente de plena carga y el deslizamiento a plena carga es del 5%.

a) [Solución 0'42]
b) [Solución 0'31]

datos $\frac{I_{cc}}{I_{1n}} = 5$ (sin arrancador; en marcha nominal) $\quad \delta_n \% = 5\%$ (sería en marcha nominal)

— o —

a) $$\frac{C_{ed}}{C_{en}} = x^2 \left[\frac{I_{1cc}}{I_{1n}}\right]^2 \cdot \delta_n = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 (5)^2 \cdot (0'05) = \boxed{0'416}$$

en este caso $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ya que en λ se le aplica un voltaje $V/\sqrt{3}$ veces menor que en el Δ

b) mediante autotransformador con toma al 50%. lo estamos reduciendo a la mitad es reductor. en este caso es $x = 0'5$.

$$\frac{C_{ed}}{C_{en}} = x^2 \left[\frac{I_{1cc}}{I_{1n}}\right]^2 g_n = 0'5^2 \cdot 5^2 \cdot 0'05 = \boxed{0'31}$$

c) El problema puede ampliarse para considerarse el arranque mediante resistencias estatóricas.- Por ejemplo, quiere limitarse la corriente de arranque a 2'5 veces la corriente nominal. Los datos permanecen ctes.

$\frac{I_{1d}}{I_{1n}} = 2'5$ de aquí,- $\frac{I_{1d}}{I_{1n}} = \frac{I_{1d}}{I_{1n}} \cdot \frac{I_{1cc}}{I_{1cc}}$ $\quad 2'5 = \frac{I_{1d}}{I_{1cc}} \cdot 5$ sustituyendo

pero $I_{1cc} = \frac{V_1}{\sqrt{(R_1+R_2')^2+(X_1+X_2')^2}}$ y $I_{1d} = \frac{x V_1}{\sqrt{(R_1+R_2')^2+(X_1+X_2')^2}}$

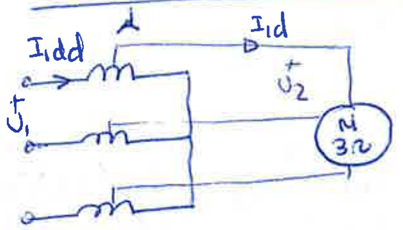
$$x = \frac{I_{1d}}{I_{1cc}} = \frac{2'5}{5} = \frac{5/2}{5} = \frac{1}{2}. \qquad x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{C_{ed}}{C_{en}} = x^2 \left[\frac{I_{1cc}}{I_{1n}}\right] g_n = \left[\frac{1}{2}\right]^2 \left[5\right]^2 \cdot (0'05) = 0'3125$$

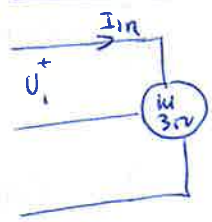
32.18. Determinar una relación adecuada del autotransformador de arranque de un motor de inducción con una corriente de alimentación que no exceda del doble de la plena carga. Utilícense los datos siguientes: corriente de cortocircuito, 4 veces la corriente de plena carga; deslizamiento a plena carga 2'5%. Estimar el par de arranque en función del par a plena carga. Prescíndase de la corriente de magnetización. solución a) 0'42, b) 0'31.

— o —

en el momento de arranque.



en marcha nominal.

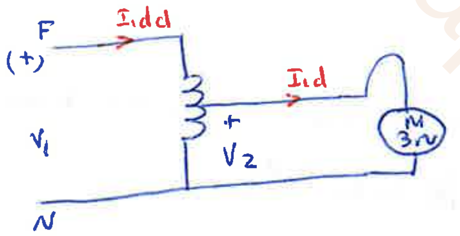


$I_{1dd} = 2 I_{1n}$

$I_{1cc} = 4 I_{1n}$

$S_n \% = 2'5\% = 0'025.$

autotransformador:



potencia de entrada es igual a la potencia de salida.

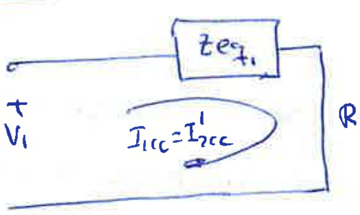
$V_2 = x V_1$

$V_1 I_{1dd} = V_2 I_{1d}.$

$\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{I_{1d}}{I_{1dd}} = \dfrac{1}{x}$ $\boxed{I_{1dd} = x I_{1d}}$ (1)

la x es inferior a la unidad.

Arranque directo (plena tensión)

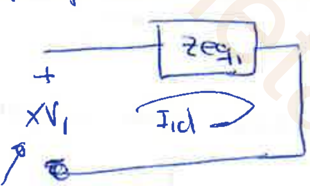


$S_d = 1$

$R'_{ch} = R'_2 \left[\dfrac{1}{S_d} - 1\right] = 0$ $\boxed{Ze_{q_1} = \dfrac{V_1}{I_{1cc}}}$

Arranque con arrancador:

(lo que hace es reducir la tensión de entrada.)



$S_d = 1$

tensión reducida.

$I_{1d} = \dfrac{xV_1}{Ze_{q_1}}$

$I_{1d} = \dfrac{xV_1}{Ze_q} = x\cancel{V_1}\dfrac{I_{1cc}}{\cancel{V_1}} = x I_{1cc}$ $\boxed{I_{1d} = x I_{1cc}}$ sustituyo en (1)

$I_{1dd} = x^2 I_{1cc}$ sustituyo los datos del problema:

$2 I_{1n} = x^2 4 I_{1n}$ $x^2 = \dfrac{1}{2}$ $\boxed{x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}}$

$$\boxed{\frac{C_{ed}}{C_{en}} = x^2 \left[\frac{I_{1cc}}{I_{1n}}\right]^2 S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 4^2 \cdot 0'025 = 0'2}$$

32.19. Hallar el tanto por ciento de la toma necesaria en un arrancador por autotransformador, para un motor de inducción con rotor de jaula, que debe poner en marcha el motor venciendo un par de 1/4 del de plena carga. La corriente de cortocircuito para la tensión normal es 4 veces la corriente de plena carga y el deslizamiento a plena carga es de 3%. Prescíndase de la corriente de magnetización.

[solución 72'5%]

— o —

$C_{ed} = \frac{1}{4} C_{en}$ par electromagnét. de arranque = 1/4 par electromagnético nominal.

$I_{cc} = 4 I_{n}$

$s_n \% = 3\%$

$$\frac{C_{ed}}{C_{en}} = x^2 \left[\frac{I_{cc}}{I_{n}}\right]^2 s_n \Rightarrow \frac{1}{4} = x^2 \cdot 4^2 \cdot 0'03$$

$x = 0'722$ $\boxed{x\% = 72'2\%.}$

32.20. Un motor de inducción de 3CV, con un rendimiento y un factor de potencia a plena carga de 0'83 y 0'8 respectivamente, tiene una corriente de cortocircuito de 3'5 veces la de plena carga. Estimar la corriente de fase en el instante de arrancar el motor con una alimentación de 500V, por medio de un conmutador λ-Δ. Prescíndase de la corriente de magnetización. solución 4'54A.

— o —

$\eta_n = 0'83$
$f.d.p_n = 0'8$
3CV.

$I_{cc} = 3'5 I_{n}$
500V

$P_{abs} = \frac{P_{eje}}{\eta} = \frac{(3) \cdot 746}{0'83} = 2696'3$ W.

$P_{abs} = \sqrt{3}\, U_1 I_{n} \cos\varphi_{n}$

$\boxed{I_n = \frac{2696'3 \text{ W}}{500 \cdot \sqrt{3} \cdot 0'8} = 3'89^A}$ corriente en marcha nominal.

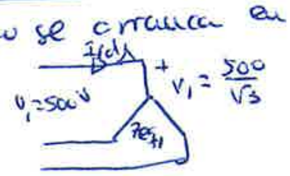
la corriente de corto es: $\boxed{I_{cc} = 3'5 I_n = 3'5 \cdot 3'89 = 13'62^A}$

esta corriente de corto es en el supuesto de conexión triangulo, que es la conexión en marcha nominal, y a plena tensión. Por lo tanto la corriente de corto simple o de fase es: $J_{cc} = \frac{I_{cc}}{\sqrt{3}} = \frac{13'62}{\sqrt{3}} = 7'86^A$

la impedancia total del estator por fase es:

$Z_{eq_1} = \frac{V_1}{J_{cc}} = \frac{500}{7'86} = 63'58\,\Omega$

cuando se arranca en estrella la corriente de linea será.



$\boxed{I_{d\lambda} = \frac{V_1}{Ze_{q_1}} = \frac{500/\sqrt{3}}{63'58} = 4'54^A}$

32.21. La corriente de cortocircuito de un motor de inducción de 5CV es 4 veces su corriente de plena carga y el estátor está dispuesto para arranque λ-Δ. La tensión de alimentación es de 440V y el rendimiento y el fact. de potencia a plena carga son de 0'85 y 0'8 respectivamente. Prescindiendo de la corriente de magnetización, calcular la corriente absorbida de la línea en el instante de arranque.

$\eta = 0'85$ $\quad$ 5CV

f.d.p $= 0'8$ $\quad$ $I_{cc} = 4 I_{n}$

— o —

es como el problema 32.20, la corriente de arranque se puede calcular también $I_{\lambda\Delta} = \frac{I_{cc}}{3}$

$$I_{1n} = \frac{(5)(746)}{\sqrt{3}\,(440)(0'85)\,0'8} = \underline{\underline{7'20A}} \qquad I_{cc} = 4 \cdot 7'20 = 28'80\,A.$$

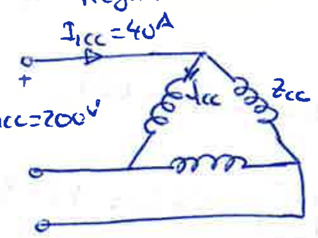
$$\boxed{I_{\lambda\Delta} = \frac{I_{cc}}{3} = \frac{28'80}{3} = 9'6A}$$

32.22. Hallar la relación de la corriente de arranque a la de plena carga de un motor de inducción trifásico de 15CV, 400V, con arrancador λ-Δ sabiendo que: el f.d.p a plena carga es de 0'85; y el rendimiento a plena carga es de 0'88; la corriente de cortocircuito 40A a 200V. Prescíndase de la corriente de magnetización. Solución [1'24].

$I_{cc} = 40^{A}$

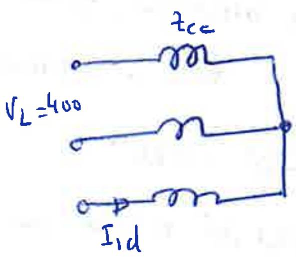
$V_{cc} = 200^{V}$

Régimen corto



$$J_{cc} = \frac{I_{cc}}{\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}}$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{J_{cc}} = \frac{200}{40/\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}.$$



en el arranque

$$I_{\lambda\Delta} = \frac{400/\sqrt{3}}{Z_{cc}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{5\sqrt{3}} = 26'67^{A}$$

$$I_{1n} = \text{corriente nominal estator} = \frac{15 \cdot 746}{\sqrt{3}\,(400)(0'88)(0'85)} = 21'59$$

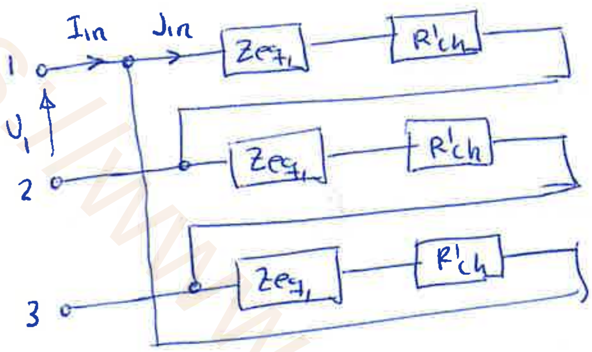
$$\frac{I_{\lambda\Delta}}{I_{1n}} = \frac{26'67^{A}}{21'59} = 1'24$$

32.16. Comparar las corrientes de fase en el instante de conmutación, de un motor de inducción trifásico con rotor de jaula. a) por conmutación directa, b) por conmutación λ-Δ c) por autotransformador con una toma del p%. Prescíndase de la corriente de magnetización.

Solución a) 1 ; b) 0'33 c) $(P/100)^2$

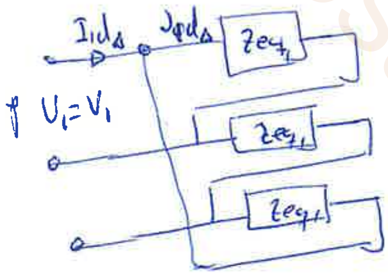
—o—

esquema trifásico de la marcha nominal en conexión Δ del motor.



$$\bar{Z}eq_1 = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2' \qquad R'_{ch} = R_2'\left[\frac{1}{s_n} - 1\right]$$

a) esquema para el arranque Δ

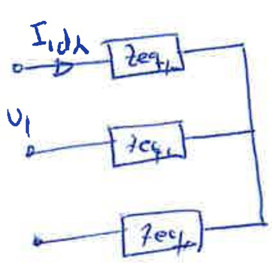


con $s_d = 1$ $\qquad R'_{ch} = R_2'\left[\frac{1}{s_d} - 1\right] = 0$

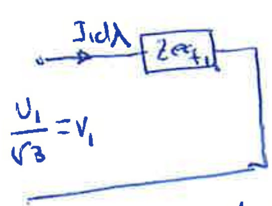
$$I_{1d\Delta} = \sqrt{3}\, J_{1d\Delta} = \sqrt{3}\,\frac{U_1}{Ze_{q1}} \qquad (1)$$

si este último valor se toma como referencia se pondrá:
- $I_{1d\Delta}\% = 100\%$ en porcentajes
- $I_{(1d\Delta)p.u} = 1$ en tantos por unidad.

b) arranque en estrella λ para su posterior conexión en Δ



esquema trifásico para el arranque.



esquema monofásico equivalente.

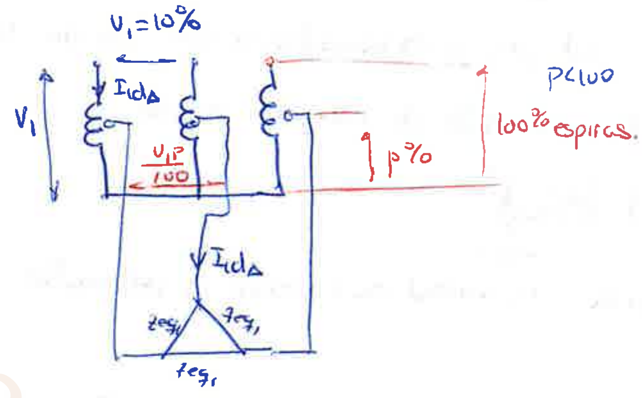
$$I_{1d\lambda} = \frac{V_1/\sqrt{3}}{Ze_{q1}}$$

entre (1) y (2)

$$\frac{I_{1d\lambda}}{I_{1d\Delta}} = \left[\frac{U_1}{\sqrt{3}\, Ze_{q1}}\right]\left[\frac{Ze_{q1}}{\sqrt{3}\, V_1}\right] = \frac{1}{3}$$

$$\frac{I_{1d\lambda}}{I_{1d\Delta}} = 0'33$$

c) Arranque por autotransformador.



el autotransformador tiene una toma en cada devanado con un valor porcentual de $p\% = \frac{p}{100}$ con $p<100$

o en tantos por unidad.

p_{pu} con $p<1$

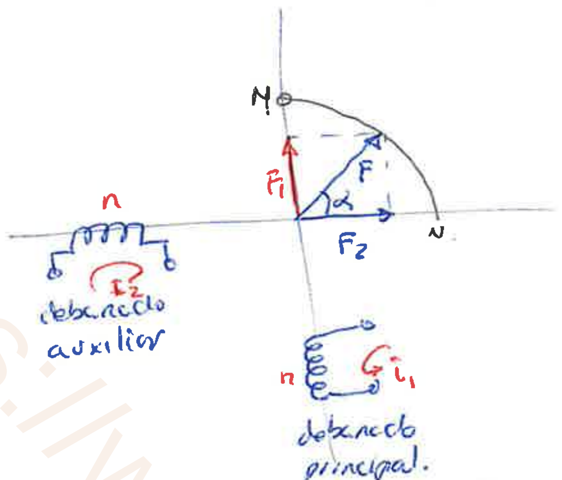
$$J_{1d\Delta} = \frac{pU_1}{100} \Big/ Z_{eq_1} \qquad I_{1d\Delta} = \sqrt{3}\, J_{1d\Delta} = \frac{\sqrt{3}\, p\, U_1}{100\, Z_{eq_1}}$$

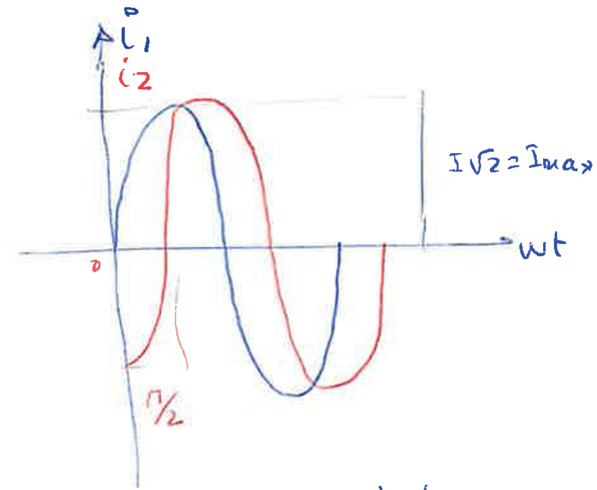
la corriente primaria en el transformador es $\frac{p}{100}$ veces mayor que la corriente secundaria con $p = n_2/n_1$

$$\frac{I_{1d}}{I_{1d\Delta}} = \frac{\sqrt{3}\, p^2\, \cancel{U_1}}{100^2\, \cancel{Z_{eq_1}}} \cdot \frac{\cancel{Z_{eq_1}}}{\cancel{\sqrt{3}\, U_1}} = \boxed{\left(p/100\right)^2}$$

Arranque de un motor monofásico.

Suponemos dos bobinas desplazadas 90°, alimentado con sus sistemas de c.a.





$i_1 = I_{max} \operatorname{sen} wt \qquad F_1 = n\, i_1 = n I\sqrt{2} \operatorname{sen} wt = F_{max} \operatorname{sen} wt$

$i_2 = I_{max} \cos wt \qquad F_2 = n\, i_2 = n I\sqrt{2} \cos wt = F_{max} \cos wt.$ $\Rightarrow$

$F^2 = F_1^2 + F_2^2 = F_{max}^2 [\cos^2 wt + \operatorname{sen}^2 wt] \Rightarrow \boxed{F = F_{max} = cte}$ la fuerza resultante = cte.

cuando estamos en el punto M la F_2 es nula

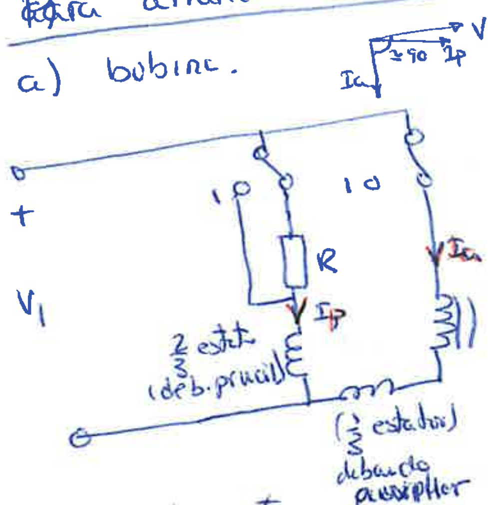
cuando estamos en el punto N la F_1 es nula.

$tg\,\alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_{max} \operatorname{sen} wt}{F_{max} \cos wt} = tg\, wt \qquad tg\,\alpha = tg\, wt \qquad \boxed{\alpha = wt}$

cuando dos bobinas se encuentran desplazadas 90° se va a producir un campo magnético giratorio.

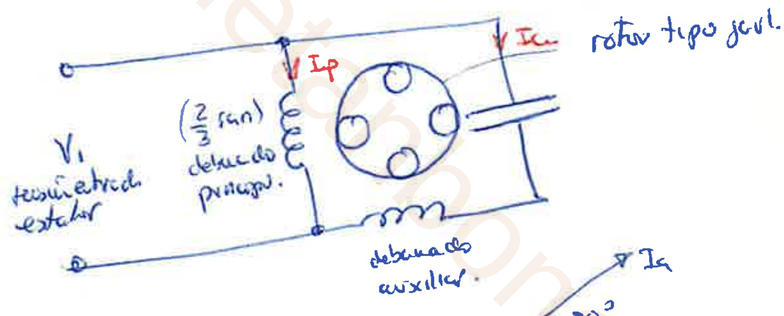
Para arrancar el motor con:

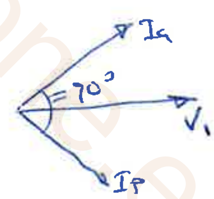
a) bobina.



cuando el motor arranca pasa a la posición 1 quedando el debanado principal.

b) con condensador.





el condensador normalmente está conectado.

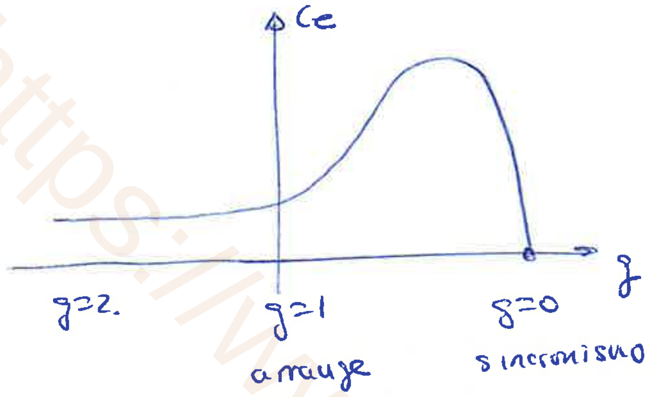
Ej. lavadora.

Motores monofásicos.

a) rotor debanado trifásico con anillos rozantes o rotor debanado

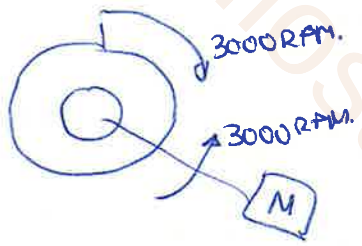
b) tipo jaula.

El estator es idéntico al alternador monofásico



g=2 se arrastra en sentido inverso con velocidad síncrona.

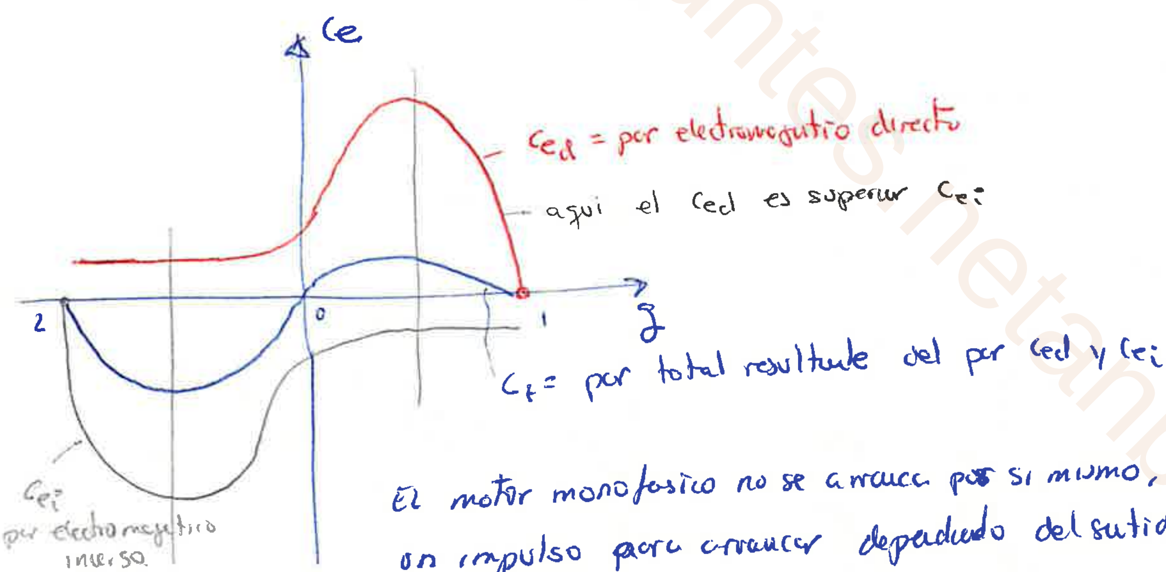
por ejemplo: p=1 f=50Hz.



$$N_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = 3000 \text{ RPM.}$$

$$g = \frac{N_1 - N_2}{N_1} = \frac{3000-(-3000)}{3000} = 2 \qquad \underline{\underline{g=2}}$$

$$f_2 = g f_1$$



El motor monofásico no se arranca por sí mismo, necesita un impulso para arrancar dependiendo del sentido del impulso se arrancará en sentido directo o inverso.